



## استفاده از چند جمله‌ای‌ها و توابع نمایی در برآورد خطا بر مبنای بازیافت

حانیه پری ابرقوئی<sup>۱</sup>، بیژن برومند<sup>۲</sup>

۱- دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده عمران، فارغ التحصیل کارشناسی ارشد

۲- دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده عمران، دانشیار

[h\\_abarghooei@yahoo.com](mailto:h_abarghooei@yahoo.com)

[boromand@cc.iut.ac.ir](mailto:boromand@cc.iut.ac.ir)

### خلاصه

استفاده از روش بازیافت گرادیان برای بدست آوردن خطا در سال‌های اخیر مورد توجه محققین بوده است. در این تحقیق روشی جدید از برآورد خطا با استفاده از بازیافت ارائه شده است. اساس کار در این روش شبیه روش REP می‌باشد، لیکن توابع پایه مورد استفاده در روند بازیافت متفاوت است. این روش در مسائل انتقال حرارت و الاستیسیته مورد بررسی قرار گرفته است. در این مسائل با تقریب تابع تغییر مکان و دما (به ترتیب در مسائل الاستیسیته و انتقال حرارت) با استفاده از چند جمله‌ای کامل ارضاء کننده معادله دیفرانسیل حاکم بر مسأله و همچنین سری توابع نمایی، طی روند بازیافت، مقادیر تغییر مکان و دمای بهبود یافته محاسبه شده‌اند و با استفاده از آن‌ها مقادیر گرادیان بهبود یافته بدست آمده‌اند. در این روش امکان استفاده از چند جمله‌ای یا تابع نمایی با تعداد جملاتی بیش از تعداد معادلات وجود دارد. کارایی روش جدید با مطالعه موردی با روش‌های SPR و REP مقایسه شده است. در این مقایسه مقدار و شیب همگرایی خطای کل و خطا در یک نقطه میانی دامنه مورد بررسی قرار گرفته است.

کلمات کلیدی: برآورد خطا، بازیافت، زیر دامنه، توابع نمایی.

### ۱. مقدمه

در حال حاضر برآوردکننده‌های خطا در دو دسته طبقه‌بندی می‌شوند: برآوردکننده‌های خطا بر مبنای باقی مانده و برآوردکننده‌های خطا بر مبنای بازیافت. در روش برآورد خطا بر مبنای باقی مانده، با جایگذاری جواب تقریبی بدست آمده از حل اجزاء محدود در معادله دیفرانسیل اولیه و محاسبه مانده جواب و در نظر گرفتن ناپوستگی گرادیان در مرزها، میزان خطا برآورد می‌شود. این روش در سال ۱۹۷۸ توسط بابوشکا و همکاران ارائه گردید [۴].

اولین استفاده از روند بازیافت، در برآورد خطا توسط زینکوویچ و ژو در سال ۱۹۸۷ انجام شد (روش برآورد خطای Z-Z). در این روش، خطا به صورت تفاضل مقادیر گرادیان بازیافتی و مقادیر گرادیان بدست آمده از حل اجزاء محدود تعریف می‌شود. به عبارتی مقادیر بازیافتی گرادیان، جایگزین مقادیر دقیق آن در محاسبه خطا می‌شود. در این تحقیق از روش  $L_2$  و به طور ساده‌تر از میانگین‌گیری برای رسیدن به تقریب قابل قبول از گرادیان بازیافتی استفاده شده است [۵].

با ارائه روش بازیافت بر مبنای نقاط فوق همگرا (SPR) توسط همان محققین در سال ۱۹۹۲، گام بلندی در استفاده از روش‌های بازیافت برداشته شد. این روش میدان گرادیان را با استفاده از روش حداقل مربعات خطا در نقاط فوق همگرا (نقاطی که سرعت همگرایی در آنها بیش از سایر نقاط است) در زیر دامنه‌ای از المان‌های اطراف یک گره بازیافت می‌کند [۶]. مقادیر گرادیان بدست آمده از روش SPR نسبت به روش اولیه برآورد خطا بر مبنای بازیافت از دقت بیشتری برخوردار است. با این وجود میدان گرادیان بدست آمده از این روش، به دلیل در نظر نگرفتن معادلات تعادل در روند محاسبه مشتقات بازیافتی، به طور معمول معادلات حاکم را ارضاء نمی‌کند. به منظور افزایش کارایی روش SPR، انواع ارتقاء یافته بسیاری از این روش با اضافه کردن قیدهایی همچون قید تعادلی پیشنهاد شده است [۷-۹].

نقصان دیگر روش SPR، عدم وجود نقاط فوق همگرا در تمامی انواع المان‌های اجزاء محدود (از جمله المان‌های مثلثی) است. با ابداع روش