حل عددی معادلات دیفرانسیل پاره ای به کمک ابزار احتمالات و کاربرد های آن در فرآیند های مهندسی شیمی

دکتر رهبر رحیمی[۱] ، محمد علی صالحی[۲]

۱ـ عضوهیات‌علمی گروه‌مهندسی‌شیمی،دانشگاه‌سیستان‌وبلوچستان(rahimi@hamoon.usb.ac.ir)

۲ـ دانشجوی دکتری مهندسی شیمی ،دانشگاه سیستان و بلوچستان(Salehi @hamoon.usb.ac.ir)

چکیده :

مباحث مرتبط با مهندسی شیمی مانند انتقال جرم ، انتقال حرارت و مکانیک سیالات پر است از معادلاتی که اصطلاحاً معادلات دیفرانسیل پاره ای نامیده می شوند و بنا بر این یک مهندس شیمی ناگزیر از حل اینگونه معادلات می باشد. روش های معمول تاکنون روشهایی چون روش تفاوتهای متناهی (شبکه منظم یا غیر منظم) ، روش عناصر متناهی و روش تکرار بوده که در این روشها ما با این مشکل مواجه بودیم که اگر نواحی منظم و با قائده نباشد شبکه های مورد استفاده دارای گره هایی خواهند بود که در نقاط نزدیک به مرز، روی مرز منطبق نخواهند بود و این امر سبب پیدایش خطا در جواب نهایی خواهند شد . با توجه به اینکه مسائل مهندسی شیمی در ارتباط با پدیده هایی از جهان است که در صورت نیاز به جواب دقیق (مانند بررسی دینامیک سیالات در شریانهای خون) که ما را به استفاده از فرضیات ساده کننده مجاز نمی سازد ، لزوم استفاده از روشهای هوشمند که به این مشکل پاسخ بدهند ضروری می نماید. در این مقاله ما با شبیه سازی روش اصلاح شده مونت کارلو(Exodus) برای معادلات یک فرآیند و مقایسه آن با جواب حاصل از روشهای دیگر در صدد رفع این اشکال با هدف دستیابی به پاسخ های نزدیکتر به اعداد واقعی می باشیم. در این روش ما با یاری جستن از قوانین احتمالات و کارهای انجام شده توسط مونت کارلو و شاگردانش این روش را شبیه سازی نموده ایم، که پاسخهای به دست آمده گویای برتری کامل این روش از لحاظ دقت و سرعت (Cpu Time) نسبت به روشهای دیگر بوده است.

کلمات کلیدی : معادلات دیفرانسیل پاره ای ، روش مونت کارلو ، شبیه سازی عددی

Key Word: Partial Diffrential Equation , Mont karlo Method , Numerical Simulation

۱ـ تئوری :

۱ـ۱ـ روش های متداول :

روش های مرسوم برای حل عددی معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی عبارتند از :

الف : روش تفاوت های متناهی **ب** : روش عناصر متناهی **ج** : روش تکرار

در این مقاله با بررسی نظری ساده یکی از این روش ها و آشنایی با مکانیسم حل روش مونت کارلو اصلاح شده ودر نهایت به مقایسه فنی جواب های بدست آمده بین این روش ها با جواب تحلیلی و همگرایی آنها می پردازیم. برای حل معادله دیفرانسیلی از تابع $F(x,y)$ پس از شبکه بندی نمودن محیط تابع و قرار دادن شرایط مرزی، با استفاده از توسعه بسط تیلور برای متغیر های مختلف به روابطی مشابه ذیل دست می یابیم[1] :