

## حل مسائل تکین بای‌هارمونیک با استفاده از یک روش بدون شبکه محلی بر اساس توابع پایه نمایی

فرشید مسیبه<sup>۱</sup>، مائده نصر اصفهانی<sup>۲</sup>

۱، ۲- گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان

m.nasr@eng.ui.ac.ir

### خلاصه

وجود نقاط تکین داخل دامنه حل و یا مرزها موجب کاهش دقت روش‌های عددی حل معادلات دیفرانسیل می‌گردد. این پدیده در مسائل مهندسی عمدتاً به دلیل وجود ناپیوستگی در شرایط مرزی و یا تغییر ناگهانی در شکل دامنه به وقوع می‌پیوندد. در این مقاله حل مسائل ورق ترک‌خورده با استفاده از یک روش بدون شبکه محلی مورد توجه قرار می‌گیرد. در روش پیشنهادی پس از گسسته سازی دامنه حل توسط تعدادی از نقاط، در اطراف هر یک ابری شامل تعدادی از نقاط مجاور در نظر گرفته می‌شود و پاسخ معادله در هر ابر به صورت یک ترکیب خطی از توابع پایه نمایی نوشته می‌شود. به منظور بهبود نتایج، در محدوده نقاط تکین از توابع شبه‌نمایی که خود دارای ناپیوستگی در نقطه تکین بوده و معادله دیفرانسیل را ارضا می‌کنند، استفاده می‌شود. نتایج حاصل از حل سه نمونه از مسائل ورق ترک‌دار در این مقاله، بیانگر دقت بالای روش پیشنهادی می‌باشد.

**کلمات کلیدی:** روش‌های بدون شبکه، مسائل تکین، توابع پایه نمایی، معادله بای‌هارمونیک، ورق ترک‌دار

### ۱. مقدمه

به منظور حل مسائل مهندسی، فرموله کردن مسئله مزبور با استفاده از معادلات دیفرانسیل الزامی می‌باشد. در اکثر موارد پیچیدگی‌های مربوط به ارضای این گونه معادلات در دامنه حل و یا مرزها، موجب محدودیت در استفاده از روش‌های تحلیلی می‌گردد. از این رو در سال‌های اخیر، ارائه روش‌های عددی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار گردیده است. از جدیدترین روش‌های عددی، می‌توان روش‌های بدون شبکه را نام برد. وجه مشترک این دسته از روش‌ها تقریب توابع مجهول بر روی نقاطی است که دامنه حل را گسسته سازی می‌کند. پیدایش روش‌های بدون شبکه به سال ۱۹۷۷ بازمی‌گردد؛ زمانی که گینگلد، لوسی و موناگان روشی لاگرانژی را بر پایه نمایش انتگرالی یا تقریب کرنل برای تحلیل پدیده‌های بدون مرز نجومی ابداع کردند [۱، ۲]. این روش هیدرودینامیک ذرات هموار نام گرفت. روش بدون المان گالرکین در سال ۱۹۹۴ توسط بلیچکو ارائه گردید [۳]. این روش نیازمند یک شبکه المان زمینه‌ای به منظور انتگرال‌گیری عددی است. آتلوری و همکاران با ارائه روش بدون شبکه محلی پترو گالرکین و با بکارگیری فرم محلی ضعیف شده، امکان انتگرال‌گیری بدون نیاز به شبکه المان زمینه‌ای را فراهم نمودند [۴]. در سال‌های اخیر روش دیگری تحت عنوان روش توابع پایه نمایی به این گروه افزوده شد. این روش اولین بار در سال ۲۰۱۰ توسط برومند و همکاران به منظور حل مسائل استاتیکی و دینامیکی الاستیسیته مورد استفاده قرار گرفت [۵].

مسائل تکین در سال‌های اخیر مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. این مسائل عمدتاً در مدل‌سازی مسائل مهندسی به دلیل وجود ناپیوستگی در شرایط مرزی، تغییر ناگهانی در شکل دامنه یا مصالح مورد استفاده، منابع خارجی تأثیرگذار و یا ترکیبی از حالت‌های مذکور به وقوع می‌پیوندد. وجود نقاط تکین در دامنه حل و یا بر روی مرزها، موجب کاهش دقت حل و شیب همگرایی روش‌های عددی می‌گردد. بنابراین به منظور بررسی دقت و کارآمدی روش‌های عددی به حل این گونه مسائل پرداخته می‌شود. به طور کلی راهبرد روش‌های عددی در مقابله با مسائل تکین،

<sup>۱</sup> استادیار گروه مهندسی عمران  
<sup>۲</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد عمران-سازه