کاربرد روش چند شبکه ای AMG-CG برای حل سریع دستگاه معادلات خطی در تحلیل هیدرولیکی شبکه لوله ها

ناصر موسویان[۱]، محمد رضا جعفرزاده[۲]، بهروز مدرس احمدی[۳]

۱-دانشجوی دکتری عمران-آب، گروه مهندسی عمران، دانشگاه فردوسی مشهد

۲-استاد گروه مهندسی عمران، دانشگاه فردوسی مشهد

۳-دانشجوی دکتری عمران-آب، گروه مهندسی عمران، دانشگاه فردوسی مشهد

Jafarzad@um.ac.ir

خلاصه

امروزه روش های مختلف بر اساس نیوتن مانند الگوریتم گرادیان بطور گسترده برای تحلیل هیدرولیکی جریان دائمی در شبکه های آبرسانی بکار برده می شوند. محاسبات بر اساس روش نیوتن به یک دستگاه معادلات خطی منجر می شود که از ماتریس ژاکوبین مربوط به معادلات شبکه تشکیل می گردد. حل دستگاه معادله خطی، بیشترین هزینه محاسباتی روش های گرادیان را تشکیل می دهد بخصوص برای شبکه های بسیار بزرگ که بیش از صدها هزار متغیر داشته باشند. یکی از روش های مشهور که امروزه برای حل دستگاه معادلات خطی کاربرد فراوانی دارد، روش چند شبکه ای جبری (AMG) است که یک روش سلسله مراتبی است و با استفاده از سیستم هایی با اندازه های کوچکتر تخمین مناسبی از سیستم واقعی ارائه می دهد.

برای سرعت بخشیدن به AMG می توان از پیش شرط ساز گرادیان مزدوج در روش های کرایلف استفاده نمود. در این مقاله به کاربرد روش پیش شرط ساز AMG-CG در حل معادلات خطی شده شبکه لوله ها پرداخته می شود که این دستگاه معادله از روش گرادیان بدست آمده است. شکل ماتریس ژاکوبین در روش گرادیان بصورت یک ماتریس مربعی است که درایه های آن تابع میزان جریان و مقاومت لوله می باشند و قابل حل بوسیله روش چند شبکه ای است. شرایط ماتریس ژاکوبین در روش گرادیان طوری است که با ماتریس قابل حل توسط روش چند شبکه ای منطبق است. هم اکنون در نرم افزار EPANET از روش چولسکی اسپارس به همراه مرتب سازی گره ها برای حل این دستگاه معادلات استفاده می گردد.

کلمات کلیدی: شبکه لوله، تحلیل هیدرولیکی، روش چند شبکه ای

۱.مقدمه

برای تحلیل شبکه های آبرسانی روش های متعددی ارائه شده است. این روش ها با توجه به شکل مجهولات طبقه بندی می شود. مثلا دستگاه معادلات را می‌توان بر اساس مجهولات به سه دسته معادلات دبی، Q، معادلات هد، H و دبی اصلاح شده ΔQ تقسیم بندی کرد. در معادلات بر حسب دبی Q به تعداد حلقه ها معادلات غیرخطی و به تعداد گره ها معادلات خطی(پیوستگی) وجود دارد. در معادلات هد H، به تعداد گره ها معادلات غیرخطی و در معادلات ΔQ به تعداد حلقه ها معادلات غیر خطی وجود دارد. نخستین بار هاردی کراس روشی را بر مبنای معادلات دبی Q در لوله ها ارائه کرد، [1] ، اما همگرایی این روش با بزرگ شدن شبکه بسیار کند بود و در برخی موارد مدل واگرا می شد بعلاوه سرعت همگرایی به مقدار حدس اولیه دبی در لوله ها بستگی پیدا می‌کرد [۲]. بعدها هاردی کراس روش دیگری بر مبنای معادلات انرژی در گره ها ارائه کرد اما این روش نیز به حدس اولیه بسیار حساس بود[2]. راهکار مارتین و پیترز [۳] بر حسب معادلات هد H و استفاده از الگوریتم نیوتن-رافسون تا حدودی مشخصه های همگرایی را بهبود بخشید ولیکن ایرادات کلی روش نیوتن-رافسون از قبیل وابستگی روند همگرایی به حدس اولیه، دشوار بودن محاسبه ماتریس