

# محاسبه بار بحرانی سازه های منظم بدون حرکت جانبی با استفاده از مقادیر ویژه مولدهای ضرب کارتزین مدل گراف سازه

پروفسور علی کاوه، وفا مرسلی  
استاد دانشکده عمران دانشگاه علم و صنعت ایران  
دانشجوی کارشناسی ارشد سازه دانشگاه علوم و فنون مازندران

[alikaveh@iust.ac.ir](mailto:alikaveh@iust.ac.ir)  
[vafa.morsali@yahoo.com](mailto:vafa.morsali@yahoo.com)

## خلاصه

با توجه به اینکه قالب ماتریس سختی بسیاری از سازه ها به گونه ای است که می توان آنرا بصورت ضرب کارتزین ماتریس اتصال دو یا سه گراف نوشت، در نتیجه در این مقاله سازه های منظم که قابل تعریف با این ضرب هستند، انتخاب شده و مدل گراف این سازه ها بوسیله ضرب کارتزین تجزیه شده و از مقادیر ویژه مولدهای این ضرب استفاده کرده و بار بحرانی سازه محاسبه می شود، نتیجه استفاده از این روش کاهش فضا و زمان رایانه ای مورد استفاده در محاسبات بار بحرانی خواهد بود.

کلمات کلیدی: گراف، گراف حاصلضرب، ضرب کارتزین، مقادیر ویژه، بار بحرانی

## مقدمه

تئوری گرافها یکی از شاخه های ریاضیات است که در سال ۱۷۳۶ توسط اوپلر پایه گذاری شد، در دنیای اطراف خود وضعیتهای زیادی را می توان بوسیله مجموعه ای از نقاط و اعضا که این نقاط را به هم مرتبط می کنند نشان داد، ساده ترین مثال در این مورد رابطه دوستی بین انسانها است که آدمها نقاط این مجموعه و رابطه بین آنها اعضای مجموعه را تشکیل می دهند، گرافها در بسیاری از علوم و مهندسی مانند عمران، برق، مکانیک و غیره دارای کاربرد می باشد.

کاربرد گرافها در مباحث مربوط به پایداری و تحلیل دینامیکی سازه ها را می توان در کارهای کاوه و سیاری نژاد [۴]، کاوه و سلیم بهرامی [۵] مشاهده کرد، ضرب گرافها که یکی از مباحث گرافها است در بسیاری از مباحث از جمله مرتب سازی گرهی [۳]، محاسبه مقدار ویژه دوم و بردار فیدلر [۷] کاربرد دارد، در این تحقیق از ضرب کارتزین جهت بدست آوردن مولدهای یک گراف استفاده می شود، همچنین از رابطه بین مقادیر ویژه یک گراف با مقادیر ویژه مولدهای آن استفاده کرده و در نهایت پس از تجزیه گراف اصلی از خواص مولدها جهت محاسبه بار بحرانی سازه های منظم بدون حرکت جانبی استفاده می شود، که نتیجه آن کاهش زمان و افزایش دقت محاسبات رایانه ای می باشد.

## تعریف

یک گراف  $S$  شامل یک مجموعه  $N(S)$  از المانها که گره (رأس یا نقطه) و یک مجموعه  $M(S)$  از المانها که اعضا یا لبهها نامیده می شود. هر عضو دارای دو گره است که هر دو گره که عضو را تشکیل می دهند، انتهای آن عضو نامیده می شود. اگر دو گره از یک گراف به وسیله عضوی به هم وصل شوند، آن دو گره را همسایه گویند و یک عضو با یک گره منطبق است اگر آن گره یک انتها برای آن عضو باشد. دو عضو در صورتی منطبق هستند اگر آن دو عضو حداقل در یک گرهی انتهایی با هم مشترک باشند.

درجه یک گره  $n_i$  که با  $deg(n_i)$  نوشته می شود، برابر است با تعداد اعضایی که به آن گره منطبق است.

یک زیرگراف  $S_i$  از گراف  $S$ ، یک گراف است به طوری که:

$$M(S_i), M(S), N(S_i), N(S)$$

و هر عضو از آن، انتهای مشابه با  $S$  دارند.

یک مسیر در گراف  $S$ ، یک دنباله در گراف  $S$  است که هیچ گرهی در آن بیش از یک بار استفاده نشود.

$$N(P) = M(P) + 1$$

یک مسیر با  $n$  گره را با  $P_n$  نمایش می دهند، یک مسیر بسته را سیکل گویند، به طوری که گره ابتدا و انتهای آن یکی باشد که  $N(C) = M(C)$

و همچنین یک سیکل با  $n$  گره را با  $C_n$  نمایش می دهند.