

آنالیز دینامیکی سازه ها به کمک تبدیلات موجک

علی کیهانی^۱، مسعود خالقی^۲

۱- دانشگاه صنعتی شاهرود، دانشکده مهندسی عمران، پست الکترونیکی: a_keyhani@hotmail.com

۲- دانشگاه صنعتی شاهرود، دانشکده مهندسی عمران، پست الکترونیکی: khaleghi.ma@yahoo.com

خلاصه

در این مقاله ضمن معرفی تبدیل موجک، از توانایی این تبدیل در حل معادلات دیفرانسیل استفاده شده و معادله حرکت سیستم های یک و چند درجه آزادی به کمک این تبدیل حل می شود. در واقع با بسط بالاترین مشتق موجود در معادله حرکت برحسب موجک هار و انتگرالگیری از آن معادله دیفرانسیل به دستگاه معادلات جبری تبدیل می شود که به سادگی حل می شوند. از این روش در حل معادله حرکت سیستم های با رفتار خطی و غیر خطی استفاده می شود

کلمات کلیدی: آنالیز دینامیکی، تبدیل موجک، سیستمهای یک و چند درجه آزادی

مقدمه

تبدیل موجک یک تبدیل ریاضی می باشد که توانایی بالایی در بیان محتوای فرکانسی یک موج همراه با زمان وقوع آنها، حذف نویز و شناسایی ناپیوستگی ها مانند ترک در سازه دارد. تبدیل پیوسته موجکی با رابطه زیر تعریف می شود:

$$CWT_x^\psi(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int x(t) \Psi^* \left(\frac{t - \tau}{s} \right) dt \quad (1)$$

در رابطه فوق $x(t)$ سیگنال اصلی، $\psi(t)$ تابع موجک مادر می باشد و علامت * بیانگر مزدوج مختلط است. پارامتر τ پارامتر انتقال بوده و به مفهوم به تاخیر انداختن یا تسریع موجک می باشد و پارامتر مقیاس s متناظر با کشیدن یا فشردن موج می باشد. یکی از کاربردهای تبدیلات موجک حل تقریبی معادلات دیفرانسیل می باشد. به عنوان مثال می توان معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت سیستمهای یک یا چند درجه آزادی را به کمک این تبدیلات حل نمود. در اینجا به کمک موجک هار معادله مرتبه دوم به ۲ معادله مرتبه اول تبدیل می شود سپس جمله دارای مشتق بر حسب موجک هار بسط داده شده و از آن انتگرال گرفته می شود و بدین ترتیب معادله دیفرانسیل به یک معادله جبری تبدیل می شود. پس علی رغم ناپیوسته بودن موجک هار با بسط بالاترین مشتق موجود توسط سری هار و انتگرالگیری از آن این مشکل بر طرف می شود، این عمل مبنای روشی است که CHM نامیده می شود.

در روش CHM کل بازه زمانی موج در نظر گرفته می شود و در این بازه تعدادی نقاط که نقاط مرتب شده نامیده می شوند، تعریف می شود. در روش SM بازه انتگرال گیری به تعدادی قطعه تقسیم شده و روش CHM برای هر قطعه جداگانه به کار می رود. با این عمل تعداد نقاط کنار هم قرار گرفته در هر قطعه به طور قابل ملاحظه ای کمتر از روش CHM می شود. در روش PCA که ساده شده روش SM می باشد در هر قطعه تنها از یک نقطه کنار هم قرار گرفته استفاده می شود. این روش برای معادلات دیفرانسیل با ضرایب متغیر بسیار ساده است زیرا برای هر قطعه تنها یک معادله باید حل شود. خانواده موجک هار برای $t \in [0, 1]$ به صورت زیر است:

$$h_n(t) = \begin{cases} 1 & t \in \left[\frac{k}{2^j}, \frac{k+0.5}{2^j} \right) \\ -1 & t \in \left[\frac{k+0.5}{2^j}, \frac{k+1}{2^j} \right) \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (2)$$

$$n = 2^j + k + 1, \quad j \geq 0, \quad 0 \leq k \leq 2^j - 1, \quad M = 2^j$$

^۱ استادیار دانشکده عمران

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد عمران