



## تحلیل پایداری و ارتعاش آزاد تیرهای با نگره‌ی اولر برنولی به روش اجزای محدود

محمد کارکن<sup>۱</sup>، مجتبی آقامیری اصفهانی<sup>۲</sup>، حسین کارکن<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی دکتری عمران-سازه، دانشگاه فردوسی

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد هوافضا، دانشگاه فردوسی

۳- دانشجوی کارشناسی زمین شناسی

Karkon442@gmail.com

### خلاصه

در این پژوهش با بهره‌جویی از معادلات حاکم بر تیرهای اولر-برنولی و روش اجزای محدود، ابتدا یک تیر سه گرهی اولر برنولی رابطه‌سازی می‌گردد. در هر گره یک درجه آزادی دورانی و یک درجه آزادی انتقالی وجود دارد که در مجموع تیر دارای شش درجه آزادی می‌باشد. با به دست آوردن تابع‌های درون‌یاب برای این جزء تیری سه گرهی، ماتریس سختی و ماتریس سختی هندسی تیر و هم‌چنین ماتریس جرم این جزء، محاسبه می‌شود. با بهره‌جویی از روابط به دست آمده، تحلیل پایداری و ارتعاش آزاد تیر انجام می‌شود. با مقایسه نتایج به دست آمده از این روش با نتایج دیگر پژوهش‌گران کارایی و دقت روش مورد استفاده به اثبات می‌رسد.

**کلمات کلیدی:** اجزای محدود، تحلیل پایداری، ارتعاش آزاد، تیر سه گرهی اولر برنولی، تابع درون‌یاب.

### ۱. مقدمه

پدیده‌ی کمانش تیر و یافتن بار بحرانی و هم‌چنین پیدا کردن مدهای ارتعاشی تیرهای با ضخامت کم، مسأله‌ای مهم در پایداری تیرها و نیز رفتار دینامیکی آن‌ها می‌باشد. به دلیل پیچیده بودن معادلات حاکم بر این گونه مسائل، روش‌های عددی نظیر اجزای محدود گسترش چشم‌گیر پیدا کرده‌اند. در این پژوهش به بررسی پدیده کمانش تیر و یافتن بار بحرانی و هم‌چنین یافتن مدهای ارتعاشی تیر اولر برنولی، از دیدگاه اجزای محدود پرداخته می‌شود. در این روش، سازه به صورت مجموعه‌ای از اعضای گسسته که در گره‌ها به هم اتصال دارند، الگوسازی می‌شود. به طور معمول از جزء‌های دو گرهی که دارای چهار درجه آزادی می‌باشند، برای تحلیل به روش اجزای محدود استفاده می‌شود. این جزء اگرچه پاسخ دقیق‌تر را در تحلیل عادی به دست می‌دهد، اما در تحلیل کمانش و ارتعاش سازه، پاسخ دقیق‌تر را به دست نمی‌دهد. در این مقاله برای بهبود پاسخ و افزایش دقت تحلیل از جزء سه گرهی که در هر گره دارای دو درجه آزادی می‌باشد، بهره‌جویی می‌شود. برای این منظور از یک چند جمله‌ای درجه‌ی پنج برای این تیر استفاده می‌شود. با به دست آوردن تابع‌های درون‌یاب برای این جزء، ماتریس سختی و ماتریس سختی هندسی، که اثرات نیروی محوری را در بر دارد، و هم‌چنین ماتریس جرم تیر به صورت صریح محاسبه می‌شود. در پایان با آزمون‌های عددی دقت و کارایی این شیوه در مقایسه با دیگر روش‌ها به اثبات می‌رسد. شایان ذکر است که معادلات حاکم بر رفتار تیرهای با ضخامت کم بر مبنای نظریه‌ی اولر برنولی، به دست می‌آید. در این نگره از اثر تغییر شکل‌های برشی صرف‌نظر می‌شود.

### ۲. رابطه‌سازی اجزای محدود

در روش اجزای محدود، تغییر مکان‌های درون جزء با تابع‌های درون‌یاب به درجه آزادی‌های گرهی جزء وابسته می‌گردند. هم‌چنین می‌توان کرنش نیز به درجه آزادی‌های گرهی وابسته نمود. بنابراین روابط کلی اجزای محدود را می‌توان به صورت زیر نوشت [۱]: