نقاط فوق همگرای تنش در تحلیل ایزوژئومتریک

بهروز حسنی[۱]، احمد گنجعلی[۲]

۱- دانشیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود

۲- دانشجوی دکتری عمران گرایش سازه، دانشگاه صنعتی شاهرود

ahmad.ganjali@yahoo.com

خلاصه

تحلیل ایزوژئومتریک یک روش عددی جدید در آنالیز مسائل مهندسی است. این روش بالقوه دارای ویژگی های منحصر به فرد و مناسبی است که شاید در آینده‌ای نه چندان دور بتواند جایگزین روشهای عددی متداول نظیر اجزای محدود و روشهای بدون المان گردد. اساس این روش بر پایه تکنیک نربز است که این امر باعث شده تا مدلسازی هندسه در این روش به طور دقیق صورت پذیرد. اما در روشهای عددی وجود خطا در تقریب تابع مجهول امری اجتناب ناپذیر است. در این مقاله به معرفی نقاطی پرداخته شده است که در آنها تنش بدست آمده از تحلیل ایزوژئومتریک از خطای کمتری نسبت به سایر نقاط برخوردار است. به صورت ریاضی اثبات می شود که این نقاط فوق همگرا همان نقاط انتگرال گیری به روش گوس می باشند. با استفاده از این نقاط فوق همگرا برای هر مولفه تنش به تشکیل یک سطح بهبود یافته تنش پرداخته شده است که از دقت بالاتری نسبت به سطح تنش بدست آمده از تحلیل ایزوژئومتریک برخوردار است. این سطح بهینه تنش با استفاده از تکنیک نربز و به کمک روش حداقل مجموع مربعات بدست می آید. به این منظور مدل سازی تیر دوسر مفصل تحت بار گسترده یکنواخت که جواب تحلیلی آن در دست است مورد استفاده قرار گرفته است. مقایسه تنش بدست آمده از حل ایزوژئومتریک و تنش بهبود یافته با نتایج تحلیلی مثال حل شده در این پژوهش صحت وجود این نقاط بهینه تنش را نشان می دهند و می توان بیان کرد که نقاط فوق همگرای تنش در تحلیل ایزوژئومتریک مطابق با حداقل نقاط گوسی مورد نیاز یک المان مربعی جهت انتگرال گیری عددی می باشند.

کلمات کلیدی: تحلیل ایزوژئومتریک، تکنیک نربز، نقاط فوق همگرا، تنش بهبود یافته.

۱. مقدمه

در دهه‌های گذشته روشهای بسیاری برای تحلیل مسایل مهندسی ارایه شده است که برخی از مشهورترین آنها روش تفاضل محدود، روش اجزای محدود و دسته‌ای از روشها با عنوان روشهای بدون شبکه می باشند. اگر چه این روشها در پی یکدیگر و با هدف توانمندتر نمودن و رفع مشکلات روشهای پیش از خود ارایه شده‌اند، اما هنوز هم نمیتوان روشی را یافت که بتوان آنرا کامل و بدون نقص نامید. از جمله این نواقص و مشکلات می‌توان به ضعف در تولید دقیق شکل مسایل دارای هندسه پیچیده، ضعف در مدلسازی دقیق مسائل با تغییرات شدید در خواص مصالح و نیز نیاز به تولید مکرر شبکه المانها در برخی مسائل، نظیر مسائلی که در چارچوب لاگرانژی حل می‌شوند و یا مسائل بهینه‌سازی شکل سازه، اشاره نمود.

برای غلبه بر این مشکلات و بهبود روشهای موجود استفاده از توابع پایه اسپلاین به جای توابع شکل مورد استفاده در اجزای محدود در تحلیل مسائل مهندسی اولین بار در سالهای ۱۹۹۸ تا ۲۰۰۴ توسط کیگان[۱] و هولیگ[۲] معرفی شد [۱]-[۳]. در سال ۲۰۰۵ این ایده با استفاده از توابع نربز (بی-اسپلاین‌های نسبی غیر یکنواخت[۳]) که از توسعه توابع اسپلاین بدست می‌آیند توسط هیوز[۴] تکامل یافت و روش تحلیل ایزوژئومتریک نام گرفت[۴]. اساس این روش را استفاده از فناوریهای طراحی به کمک رایانه[۵] و پیشرفتهای اخیر در زمینه گرافیک کامپیوتری تشکیل می‌دهد. در این روش ضمن استفاده از خواص توابع پایه اسپلاین و نربز در تعریف دقیق منحنیها، سطوح و احجام، همانند توابع شکل در روش اجزای محدود، از آنها جهت درونیابی و تقریب سازی هم استفاده می‌شود. در چند سال اخیر، روش ایزوژئومتریک به سرعت در زمینه‌های مختلفی همچون دینامیک سیالات، مکانیک سازه‌ها

[1] Kagan
[2] Hollig
[3] Non-Uniform Rational B-splines(NURBS)
[4] Hughes
[5] CAD(Computer Aided Design)