حل دقیق تیر های عمیق با استفاده از توابع پتانسیل تغییر مکان

صبا رشیدی[۱]، بهرام نوائی نیا[۲]

۱و۲- دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل

navayi@nit.ac.ir

خلاصه

فرض اساسی خمش تیرها مبنی بر مسطح باقی ماندن مقاطع عمود بر تارهای طولی و نیز سایر فرضیات، حل دقیق تیرهای نازک را امکان پذیر نموده است، در حالیکه تحلیل تیرهای عمیق به دلیل سه بعدی بودن معادلات و پیچیدگی روابط، به خصوص چنانچه مصالح ایزوتروپ کامل نباشد، همچنان مورد توجه می باشند. ویژگی عمده تیرهای عمیق کرنش های برشی و تاثیر آن بر رفتار این تیرها میباشد. در این تحقیق حل تیرهای عمیق مستطیلی ایزوتروپ با طول معین بروی تکیه گاه های ساده به کمک توابع پتانسیل تغییر مکان ارائه گردید. بدین منظور دستگاه دیفرانسیلی حاکم بر مسئله شامل دو معادله دیفرانسیل پاره ای مرتبه چهار و مرتبه دو با اعمال شرایط مرزی مربوط به تغییر مکان و تنش حل و سپس بر اساس توابع پتانسیل بدست آمده برای بار استاتیکی و براساس روابط حاکم، تغییر مکان ها، تنش ها و کرنش ها در هر نقطه از تیر تعیین گردیدند. نتایج بدست آمده از این تحقیق در حالت خاص با نتایج تیرهای نازک مقایسه گردیدند که نشان دهنده دقت مناسب روش مورد استفاده بدلیل در نظر گرفتن توزیع دقیق تنش برشی در ارتفاع تیر می باشد.

کلمات کلیدی: حل دقیق، توابع پتانسیل تغییر مکان، تیرعمیق مستطیلی.

۱. مقدمه

بیش از سه سده میباشدکه تئوری تیر مورد توجه محققین قرار گرفته است. اولین تئوری دراین خصوص، تئوری مقدماتی تیر بر مبنای فرض صفحه ماندن سطح مقطع تیر بعد از خمش است[1] که به فرض اویلر- برنولی نیز معروف است. این تئوری فقط برای تیرهای نازک و تیرهای تحت خمش خالص دقت مناسبی دارد، وقتی که نسبت ارتفاع به طول در تیرها افزایش یابد، به دلیل ایجاد کرنشهای برشی که در روش کلاسیک در نظر گرفته نشده، این تئوری با خطا همراه خواهد بود. تئوری های زیادی در جهت کاهش این خطا ارائه گردیدند. اولین تئوری در این زمینه تئوری تیموشنکو میباشد که در سال ۱۹۲۱ ارائه گردید[2]. در این تئوری، اثرکرنش برشی بررفتارتیر در نظر گرفته شده ولی توزیع کرنش برشی جانبی در ضخامت تیر ثابت فرض میگردد، لذا نیاز به ضریب تصحیح برشی می باشد[1]. [3] Mindlin ,Deresiewicz ,[4] Murty, Cowper مقادیر این ضریب را برای مقاطع مختلف محاسبه نمودند. از آنجا که در تئوری تیموشنکو تابع تغییر شکل نسبت به مختصه ارتفاع(z) از درجه یک میباشد این تئوری به تئوری مرتبه یک نیز معروف می باشد. بعداز کار تیموشنکو تئوری های مراتب بالاتر توسط محققین دیگر پیشنهاد گردید[2] که در آن ها برخی ازفرضیات ساده شونده اویلر-برنولی حذف گردیده است و برای تیرهای عمیق نتایج مناسب تری به دست می دهند. این تئوری به همراه تئوری هایی که در آن ها توابع تغییر مکان بر حسب توابع مثلثاتی بیان می شوند به تئوری اصلاح شده معروف و به طور وسیعی مورد استفاده قرار گرفته است.

استفاده از توابع پتانسیل به عنوان یک روش کارا و موثر ابزار بسیار پر قدرتی جهت تحلیل مسائل مکانیک محیط های پیوسته می باشند. به کمک این توابع پتانسیل پارامترهای مختلفی نظیر تغییر مکان، کرنش و تنش را در هر نقطه از محیط موردبررسی میتوان به دست آورد. با توجه به این موضوع که معمولا" شرایط مرزی به صورت ترکیبی از شرایط مرزی تنش و تغییر مکان هستند و تعداد معادلات حاکم بر مسئله در توابع پتانسیل تغییر مکان کمتر از توابع پتانسیل تنش می باشد، لذا توابع پتانسیل تغییر مکان بیشتر مورد توجه قرار گرفته است. توابع پتانسیلی که به طور وسیع در مکانیک محیطهای پیوسته مورد استفاده قرار میگیرد توابع پتانسیل تغییر مکان هلمهولتز، گالرکین، نوبر- پاپکوویچ، لامه، لاو و بوسینسک می‌باشند. این توابع در تحلیل فضاهای کامل، نیم فضا و محیط های سه بعدی به طور وسیعی مورد استفاده قرار گرفته اند. تعدادی از این توابع، کلی و بدون محدودیت برای

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل

۲ - استادیار دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل