



حل بسته معادله ارتعاش آزاد تیر ساده با دو فنر پیچشی در دو انتها

مجتبی موسمی^۱، داود نظام‌الملکی^۲، احمد آفتابی ثانی^۳

۱- دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

۲- دانشگاه فردوسی مشهد

۳- دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مشهد

davoud.nezamolmolki@gmail.com

خلاصه

این مقاله، به بررسی کمیت‌های ارتعاش آزاد تیر ساده که دارای دو فنر پیچشی در دو انتها می‌باشد پرداخته و کمیت‌های ارتعاشی آن را به صورت دقیق و فرم بسته ارائه می‌دهد. از این رو در آغاز این تحقیق، معادله دیفرانسیل حاکم بر ارتعاش آزاد تیر اویلر-برنولی که تیر مورد نظر در این پژوهش است، بررسی شده و تابع تغییر شکل تیر با حل این معادله بدست می‌آید. اعمال شرایط مرزی تیر مذکور بر تابع تغییر شکل حاصل بخش بعدی این نوشتار را شکل داده که زمینه‌ساز یافتن معادله مشخصه سیستم مزبور می‌گردد. با حل این معادله و یافتن ریشه‌های آن، فرکانس‌های طبیعی تیر بدست می‌آیند. سپس سیستم به روش اجزای محدود تحلیل شده و نتایج بدست آمده از این روش با نتایج حاصل از روش قبل مقایسه می‌شوند. بخش بعدی، اختصاص به بررسی فرکانس‌ها و شکل مدهای بدست آمده از دو روش فوق دارد که اینکار در قالب جداول و نمودارهایی به انجام رسیده است. در پایان، نتایج حاصل از هر دو روش با پاسخ‌های بدست آمده از یک نرم‌افزار تجاری اجزای محدود مقایسه شده که به نوعی صحت‌سنجی روش‌ها می‌باشد.

کلمات کلیدی: ارتعاش آزاد، تیر اویلر-برنولی، حل بسته، شرایط مرزی، فرکانس طبیعی

۱. مقدمه

ارتعاش آزاد تیرها و یافتن فرکانس‌ها و شکل‌های مودی آنها، موضوعی است که در کتب و مقالات مختلفی به آن پرداخته شده و روش‌هایی برای تعیین آنها ارائه گردیده است. همچنین اهمیت این کمیت‌ها، سبب شده است که نرم افزارهای مختلفی برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی سازه و شکل‌های مودی آن تهیه شوند. اما با وجود اینها، مسأله‌ای که کمتر مورد بررسی قرار گرفته است، حل بسته معادلات حاکم بر این کمیت‌ها و بدست آوردن فرمول‌های بسته برای یافتن آنهاست که با وجود اهمیتش، توجه چندانی به آن نشده است. در مقاله پیش‌رو، این روابط برای تیر ساده با دو فنر پیچشی در دو انتها بدست آمده و به کمک آن، رفتار ارتعاش آزاد سیستم مورد نظر، ارزیابی می‌گردد. این کار سبب می‌شود که پارامترهای ارتعاشی مدل مزبور که شامل فرکانس‌ها و اشکال مودی آن می‌باشد، حاصل گردند. روند ارائه شده در این مقاله، برای سیستم‌های پیچیده‌تر نیز قابل اجراست. از جمله کارهایی که در این زمینه انجام شده، پژوهشی است که به عنوان مرجع [۱] به آن اشاره گردیده است. در این تحقیق، کمیت‌های ارتعاشی سیستمی که از یک تیر با دو فنر پیچشی تشکیل شده است، به کمک سری فوری در دو مود اول و دوم حاصل و با نتایج بدست آمده از روش دقیق مقایسه شده است. در پژوهشی دیگر، روش کامل‌تری برای تعیین پارامترهای ارتعاشی تیرها ارائه شده است که در آن، از یک چند جمله‌ای مشخص، استفاده می‌شود. این چند جمله‌ای، بیانگر تابع تغییر شکل اولیه‌ای برای تیر است، بطوریکه موقعیت هر نقطه روی تیر، نسبت به حالت تغییر شکل نیافته‌اش را ارائه

^۱ کارشناسی ارشد زلزله، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، دانشگاه فردوسی مشهد

^۳ استادیار سازه، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مشهد