



## استفاده از برآورد خطا و بهبود محلی شبکه اجزای محدود با المانهای مرتبه بالا در تعیین فاکتور شدت تنش صفحه ترکدار تحت کشش

بهروز حسنی<sup>۱</sup>، احمد گنجعلی<sup>۲</sup>

۱- دانشیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود

۲- دانشجوی دکترای عمران گرایش سازه، دانشگاه صنعتی شاهرود

b\_hassani@shahroodut.ac.ir  
ahmad.ganjali@yahoo.com

### خلاصه

در این مقاله، به کمک برآورد خطا و حل تطبیقی در اجزای محدود با المانهای مرتبه بالا، به تعیین فاکتور شدت تنش صفحه ترکدار تحت کشش پرداخته شده است. جهت تخمین خطای تحلیل اجزای محدود از روش بازیافت تنش بر مبنای نقاط فوق همگرا استفاده شده است. همچنین حل تطبیقی با المان بندی دوباره و به صورت ساختار نیافته در هر مرحله جهت بهبود شبکه اجزای محدود صورت می پذیرد. با مقایسه نتایج بدست آمده با تحلیل تئوری و همچنین نرم افزار تجاری ANSYS، مشاهده می شود که الگوریتم مورد استفاده جهت برآورد خطای حل اجزای محدود در این پژوهش دارای کارایی مناسبتری است و می تواند برای تعیین فاکتور شدت تنش در سازه های پیچیده با ترکهای دلخواه به کار رود.

**کلمات کلیدی:** فاکتور شدت تنش، برآورد خطا، بهبود شبکه اجزای محدود

### ۱. مقدمه

روش اجزای محدود یکی از روشهایی است که کاربرد فراوانی در حل مسائل بسیاری از رشته های مهندسی و به خصوص مسائل مکانیک جامدات دارد. ریشه های توسعه این روش را باید در اوائل دهه ۱۹۴۰ میلادی جستجو کرد. روشهای اجزای محدود به شکل امروزی آن، ریشه در کارهای ترنر و همکاران وی در سال ۱۹۵۷ دارد. در سال ۱۹۶۰، کلاف نام اجزای محدود را بر این روش نهاد و کاربرد این روش برای حل معادلات دیفرانسیل پاره ای در سال ۱۹۶۵ توسط زینکویچ و چونگ پیشنهاد شد [۱]. اما از همان آغاز مدل سازی رخدادهای فیزیکی توسط کامپیوتر و شکل گیری مبانی اجزای محدود وجود خطاهای عددی در محاسبات منشأ اصلی نگرانی بوده است. از اولین مقاله هایی که در آن مسئله تخمین خطا مطرح گردید، مقاله هایی است که توسط ریچاردسون در سال ۱۹۱۰ نوشته شده است. کار اصلی در تخمین خطا در سال ۱۹۷۸ و توسط بابوشکا و رینولت آغاز شد. روش آنها بر این اساس بود، که باقیمانده را در یک گروه از المانها و یا یک المان تنها مورد بررسی قرار داده و به کمک آن می توانستند خطا را تخمین بزنند [۲]. در سال ۱۹۸۷ زینکویچ و زو روشی برای برآورد خطا بر اساس بازیافت تنش ها پیشنهاد کردند [۳]. همین محققین در همان سال روش ساده ای برای تخمین خطای کلی و محلی در حل المانهای محدود و شکلی ساده از آنالیز تطبیقی به روش h را ارائه کردند [۳]. در ادامه این دو محقق در سال ۱۹۹۲ روش SPR<sup>۱</sup> را در برآورد خطای حل المانهای محدود و آنالیز تطبیقی، طی دو مقاله معروف معرفی کردند [۴ و ۵].

در مقاله حاضر سعی شده است تا خواننده را با اصول روش تخمین خطا به ویژه روش بازیافت تنش بر مبنای نقاط فوق همگرا (SPR) آشنا سازد و همچنین چگونگی حل تطبیقی در روش اجزای محدود را بیان کند و در نهایت با ارائه یک روش با قابلیت اطمینان بالا و دقت کنترل شده به تعیین فاکتور شدت تنش صفحه ترکدار تحت کشش پرداخته می شود. به این منظور برنامه ای کامپیوتری به زبان فرترن نوشته شده است که قادر به تخمین خطای تحلیل اجزای محدود با استفاده از روش بازیافت تنش بر مبنای نقاط فوق همگرا (SPR) می باشد. همچنین حل تطبیقی با تجدید المان بندی در هر مرحله با استفاده از روش تولید شبکه جبهه پیش رونده<sup>۲</sup> جهت بهبود شبکه اجزای محدود صورت می پذیرد. برای بررسی کارایی برنامه و دقت حل، نتایج بدست آمده با نتایج تئوری و همچنین نتایج گرفته شده از نرم افزار ANSYS مقایسه شده است.

### ۲. روشهای برآورد خطا مبتنی بر بازیافت تنش

<sup>۱</sup> Superconvergent Patch Recovery

<sup>۲</sup> Advancing Front