



حل عددی معادلات حاکم بر جریانهای غیر دائمی به کمک الگوی ضمنی پریسمن و الگوی صریح مک کورمک

علیرضا حسین نژاد دوین^۱، بهزاد فیروزی^۲

۱- استادیار گروه مکانیک، دانشگاه سیستان و بلوچستان

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد عمران (مهندسی آب)، دانشگاه سیستان و بلوچستان

nezhadd@hamoon.usb.ac.ir
behzad_frz@yahoo.com

خلاصه

معادلات حاکم بر جریان های غیردائمی در کانالهای باز، معادله پیوستگی و مومنوم می باشند و به معادلات سنت-ونانت (Saint-Venant) معروف هستند. این معادلات به شکل معادلات دیفرانسیل جزئی غیرخطی و از نوع هذلولی می باشند که به طور تحلیلی قابل حل نیستند. بنابراین برای حل این معادلات باید از روشهای عددی استفاده شود. در این مقاله معادلات دینامیکی حاکم بر جریان غیردائمی به طور کامل به وسیله الگوی ضمنی پریسمن (Preissmann Implicit Scheme) و الگوی صریح مک کورمک (MacCormack Explicit Scheme) که هر دو از الگوهای عددی تفاضل محدود می باشند، برای بازه ای به طول ۳۴ کیلومتر از یک رودخانه فرضی با مقطع مستطیل حل شده و نتایج حاصل با یکدیگر مقایسه شده اند. محاسبات نشان می دهند که در الگوی مک کورمک جهت پایداری الگو باید از گام زمانی کوچک استفاده کرد و این مسئله باعث افزایش تعداد گامهای محاسباتی می شود و این در حالی است که الگوی ضمنی پریسمن حساسیت کمتری نسبت به گام زمانی دارد و می توان گام زمانی را در این الگو تا چند برابر گام زمانی در الگوی مک کورمک انتخاب کرد، اما در عوض باید یک دستگاه معادلات غیر خطی با ۷۰ مجهول (دو مجهول در هر گره) را در هر گام زمانی حل کرد. در الگوی عددی مک کورمک باید معیار پایداری کورانت رعایت شود. پایداری الگوی ضمنی پریسمن برای مقادیر مختلف ضریب وزنی α بررسی شده و نتایج نشان می دهند که این الگو برای مقادیر $0.49 < \alpha < 1$ پایدار می باشد.

کلمات کلیدی: معادلات دینامیکی، MacCormack, Preissmann, Explicit, Implicit

۱. مقدمه

تاریخچه بررسی جریان غیردائمی و غیریکنواخت به سال ۱۸۷۱ میلادی بر می گردد که سنت وونانت در ژورنال آکادمی علوم فرانسه مقاله ای منتشر کرد که طی آن تئوری جریان ناپایدار را در کانال های باز بررسی کرد و معادلات مربوطه را به دست آورد [1]. با توجه به اینکه حل معادلات سنت وونانت با روش های تحلیلی امکان پذیر نمی باشد تلاش های زیادی برای حل معادلات فوق الذکر با روش های عددی انجام پذیرفته است. در سال ۱۹۵۶ اولین روش عددی برای حل معادلات جریان ناپایدار توسط استوکر و همکارانش ابداع شد و روش صریح شبکه ثابت نام گرفت [2]. الگوی عددی مک کورمک یکی از الگوهای صریح تفاضل محدود می باشد که توسط فنما و چادری و دامولر و همکاران جهت محاسبه جریان در کانال های باز مورد استفاده قرار گرفت [3]. ایراد این روش مثل روش های صریح دیگر محدودیت هایی نظیر الزام در به کار بردن گام های زمانی کوچک در محاسبات می باشد. چندین الگوی تفاضل محدود ضمنی برای آنالیز جریان های غیر دائم در کانال های باز مورد استفاده قرار گرفته اند. الگوی ضمنی پریسمن از اوایل دهه ۱۹۶۰ به طور گسترده مورد استفاده قرار گرفته است [4]. این روش دارای این مزیت است که در آن حل دقیقی از شکل خطی شده معادلات حاکم به دست می آید. در تحقیق حاضر از الگوی ضمنی پریسمن و الگوی صریح مک کورمک برای حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر جریان های غیر یکنواخت و غیر دائمی به منظور شبیه سازی حرکت موج سیلاب در یک رودخانه عریض با مقطع مستطیل استفاده شده است.