



مقایسه روش های حل معادله پوآسون و بهبود کارایی مدل عددی شبیه سازی جریان

امین محمودی مقدم^۱، مهدی شفيعی فر^۲، روزبه پناهی^۳

۱- دانشجوی دکتری آب و سازه های هیدرولیکی دانشگاه تربیت مدرس

۲- استاد گروه سازه های دریایی دانشگاه تربیت مدرس

۳- استادیار گروه سازه های دریایی دانشگاه تربیت مدرس

amin.mahmudi@modares.ac.ir

خلاصه

از آنجائیکه حل معادله پوآسون زمان برترین گام شبیه‌سازی عددی جریان می باشد، در این تحقیق بر روی روش های حل این دستگاه معادلات مطالعه شده است. در این راستا یک مدل عددی حجم محدود برای شبیه‌سازی دو بعدی جریان توسعه داده شده که در این مدل، حل معادلات ناویر-استوکس بر اساس روش گام جزئی روی شبکه کارترین انجام شده است. همچنین در این تحقیق برای شبیه سازی جریان های آشفته، روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با زیر مدل اسماگورینسکی توسعه داده شده است. شبیه‌سازی جریان حفره به عنوان یک معیار استاندارد برای صحت‌سنجی مدل انتخاب شده و نتایج به دست آمده از مدل عددی با نتایج تحقیقات قبلی مقایسه گردیده است. همچنین در این تحقیق نتایج مقایسه سرعت هم‌گرایی روش های حل دستگاه معادله پوآسون ارائه شده‌اند تا با انتخاب روش بهینه‌تر، سرعت کلی حل عددی جریان افزایش یابد.

کلمات کلیدی: حل معادله ناویر-استوکس، روش گام جزئی، شبیه سازی گردابه های بزرگ، حل دستگاه معادلات پوآسون

۱. مقدمه

حل زمانی معادلات ناویر-استوکس اغلب با استفاده از روش گام جزئی که اولین بار توسط هارلو و ولج در سال ۱۹۶۵ و چورین در سال ۱۹۶۸ پیشنهاد شد، انجام می شود [3]. روش اولیه چورین برای روش حجم محدود روی شبکه جایجا شده توسط کیم و معین در سال ۱۹۸۵ اصلاح شد [4] و هم اکنون توسط بسیاری از محققین برای شبیه‌سازی غیردائم جریان استفاده می‌شود [5]. به طور کلی در این روش‌ها ابتدا معادلات اندازه حرکت با استفاده از یک میدان فشار تخمینی که منجر به میدان سرعت میانی ۱ می‌شود و لزوماً این میدان سرعت پیوستگی را ارضا نمی‌کند، حل می‌شود. سپس یک معادله پوآسون فشار حل می‌شود و در نهایت از میدان فشار بدست آمده برای اصلاح میدان سرعت میانی و در نتیجه رسیدن به سرعت های بدون واگرایی که پیوستگی را ارضا می‌نمایند استفاده می‌شود. جزئیات انواع روش های گام جزئی توسعه داده شده برای معادلات ناویر-استوکس در مراجع آمده است [1-10].

صرفنظر از اینکه از چه روش‌هایی برای منقطع‌سازی عبارت‌های معادلات اندازه حرکت، پیش از تشکیل معادله پوآسون فشار استفاده شود، روش حل دستگاه معادلات فشار بسیار روی کارایی مدل موثر است. آرمفیلد و استریت در سال ۲۰۰۲ به این نتیجه رسیدند که ۹۵٪ زمان حل مخصوصاً برای دقت‌های مرتبه بالا مربوط به حل این دستگاه معادلات می باشد [3]. از طرفی روش‌های عمومی حل این دستگاه مثل Gauss-Jacobi، Seidel، SSOR^۲، انواع روش‌های ILU^۳ اغلب کارایی پائینی دارند [9].

روش‌های حل دستگاه معادلات پوآسون را می‌توان به دو دسته حل مستقیم و حل تکراری تقسیم‌بندی نمود. روش‌های حل مستقیم به دلیل اینکه زمان حل آنها در همه گام‌های زمانی ثابت است و از حدس اولیه استفاده نمی‌کنند معمولاً حتی وقتی در گام‌های اول سریع‌تر از روش‌های تکراری دستگاه معادلات را حل نمایند، در مجموع گام‌های زمانی پرهزینه‌تر خواهند بود و از طرفی برای مسائلی که دارای حل یکتا نیستند و اگر

¹ Intermediate Velocity Field

² Symmetric Successive Over Relaxation

³ Incomplete Lower-Upper Preconditioners