



یافتن تابع تغییر مکان تیر با تکیه‌گاه‌های الاستیک با استفاده از تابع گرین استاتیکی

سید مجتبی هژبرالساداتی^۱، احمد آفتابی ثانی^۲

۲-۱- دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مشهد، گروه عمران، مشهد، ایران

sm.hozhabrossadati@yahoo.com

خلاصه

تیرهای خمشی یکی از اجزاء مهم سازه‌ای می‌باشند که کاربرد فراوانی در قابهای ساختمانی، پلها و ... دارند. در عمل، تیرهای خمشی با شرایط تکیه‌گاهی متنوعی مورد استفاده قرار می‌گیرند که این شرایط تکیه‌گاهی متنوع را می‌توان به کمک یک مدل سازه‌ای کلی، در قالب یک تیر خمشی یک دهانه با دو تکیه‌گاه الاستیک در هر انتها، شبیه‌سازی نمود. در این مقاله برآنیم تا پاسخ استاتیکی تیر با تکیه‌گاه‌های کلی را تحت هر نوع بارگذاری دلخواه و بر اساس تئوری اویلر-برنولی بیابیم. در این راستا، تابع تغییر شکل تیر که به نوعی مجهول اصلی مساله بوده و سایر توابع وابسته به تیر مانند توابع لنگر خمشی و نیروی برشی با مشتق‌گیری از آن بدست می‌آیند، به صورت حل بسته و با حل دقیق معادله دیفرانسیل حاکم بر تیر در دسترس قرار می‌گیرد. باید افزود، این حل دقیق که به ازاء هر نوع بارگذاری جانبی معتبر خواهد بود، به کمک روش گرین صورت پذیرفته و تابع گرین مساله، به عنوان مهم‌ترین بخش حل، بر حسب مقادیر پارامتری سختی تکیه‌گاه‌ها ارائه می‌گردد. آشکار است، با در دست داشتن این تابع گرین کلی، می‌توان توابع گرین مربوط به حالات خاص تکیه‌گاهی، مانند تیر دوسر ساده، تیر دوسر گیردار و ... را با تنظیم سختی تکیه‌گاه‌های فنری بدست آورد که این کار در قالب چند مثال به انجام رسیده است. این مقاله با ارائه پاره‌ای نتایج کمی و کیفی تحقیق به پایان می‌رسد.

کلمات کلیدی: تیر با تکیه‌گاه‌های الاستیک، تابع گرین استاتیکی، تابع تغییر مکان تیر خمشی، تئوری اویلر-برنولی.

۱. مقدمه

شیوه‌های گوناگونی برای حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر مسائل مهندسی وجود دارد که در میان آنها روشهای دقیق، که منجر به حل بسته این معادلات می‌گردند، از ارزش وافر برخوردارند. استفاده از تابع گرین، یکی از معروف‌ترین این روشها می‌باشد که در بین محققین دارای مقبولیت فراوانی می‌باشد. برای نمونه، محمد [۱] از این شیوه برای تعیین ویژگی‌های دینامیکی تیر اویلر-برنولی با اجرام و فنرهای میانی استفاده نمود. وی توابع گرین مربوط به شش تیر با شرایط تکیه‌گاهی متفاوت را ارائه کرد. همچنین، توابع گرین دینامیکی تیر تیموشنکو را لوسچن و برگمن [۲] معرفی نمودند و پاسخ را با تیر اویلر-برنولی، با و بدون پیش بارگذاری محوری، مقایسه کردند. در پژوهشی دیگر، ابواللال [۳] ارتعاش اجباری تیر اویلر-برنولی را با در نظر گرفتن میرایی و بهره جستن از توابع گرین دینامیکی تیر اویلر-برنولی بررسی نمود. همچنین، فیض دیزجری و رستگاری [۴] ارتعاشات جانبی تیر الاستیک یک سر مفصل ثابت و یک سر مفصل متحرک در راستای تیر را تحلیل نمودند. آنها ابتدا معادله حرکت تیر مزبور را، که یک معادله دیفرانسیل غیر خطی بوده، استخراج نمودند و سپس با استفاده از تابع گرین و قضیه نقطه ثابت، شرایط وجود جواب را مورد بررسی قرار دادند و وجود جواب هارمونیک را به اثبات رساندند. مهری و همکاران [۵] با استفاده از تابع گرین و تابع تبدیل، معادله حرکت حاکم بر سیستم جرم، فنر غیرخطی و میراگر را حل کرده و پاسخی تحلیلی ارائه دادند. البته ناگفته نماند که در تمامی مسائل مهندسی، هنگامیکه شکل هندسی محیط پیچیده باشد، امکان دستیابی به پاسخ دقیق وجود ندارد که در این مواقع می‌بایست از شیوه‌های عددی سود جست.

هدف اصلی این مقاله، استخراج و معرفی تابع گرین استاتیکی تیر اویلر-برنولی در حالت کلی و فراهم ساختن شرایطی برای دستیابی به تابع تغییر مکان این تیر است. در بخش نخست، معادله حاکم بر تیر به همراه شرایط مرزی آن معرفی می‌گردند. سپس، تابع گرین مساله به صورت تابعی از

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد سازه
^۲ استادیار