ICHMT2014-

حل تحلیلی معادله انتقال حرارت بیولوژیک پنز به کمک تابع گرین

محسن موحدنیا[۱]، حسین احمدی کیا [۲]

[۱] دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، اصفهان ، دانشگاه اصفهان، Mohsen.movahednia@yahoo.com

[۲] دانشیار مهندسی مکانیک، اصفهان، دانشگاه اصفهان، Ahmadikia@eng.ui.ac.ir

چکیده

قانون فوریه فرض می‌کند که هر موج یا اختلال حرارتی با سرعت بی‌نهایت منتشر می‌شود. این موضوع ازنظر فیزیکی صحیح نیست اما استفاده از قانون فوریه می‌تواند درک کلی را از فرآیند انتقال حرارت فراهم کند و تا حدودی تقریب مناسبی برای تخمین توزیع دما باشد. در این مقاله تعریف تابع گرین بیان می‌شود و معادله انتقال حرارت بیولوژیکی پنز حل شده تا توزیع دما در بافت پوست با ابعاد محدود به کمک تابع گرین به دست آید. روش استفاده از تابع گرین یک مزیت اساسی دارد و آن قابل استفاده بودن روش در انواع شرایط مرزی و چشمه‌های حرارتی مختلف است. توضیح اینکه تابع گرین برای حل هر مسئله یک عبارت انتگرالی ارائه می‌دهد که به کمک نرم‌افزارهای مختلف به‌سادگی محاسبه می‌شود. محاسبه توزیع دما در بافت‌های پوستی اهمیت و کاربرد زیادی در مباحث پزشکی، درمان تومورهای سرطانی و آسایش حرارتی بدن دارد. به‌علاوه مقایسه نتایج تئوری با اندازه‌گیری‌های عملی و آزمایشگاهی سنجش دما در پوست می‌تواند به اندازه‌گیری دقیق خواص پوست کمک کند. روش ارائه شدت بسیار دقیق است و بدون هیچ‌گونه تغییری می‌تواند در مسائل دوبعدی یا سه‌بعدی استفاده شود.

واژه‌های کلیدی

انتقال حرارت، بافت بیولوژیکی، هدایت فوریه، تابع گرین

۱ مقدمه

پوست وسیع‌ترین عضو زنده بدن بوده ودرحقیقت یکی از پیچیده‌ترین و پرکارترین اعضاء نیز به شمارمی‌آید. پوست علاوه بر محافظت از بدن در برابر آسیب‌های مکانیکی، حرارت و تابش شدید نور نقش مهمی در سیستم ایمنی انسان ایفا می‌کند.

دانستن توزیع دما در بافت‌های پوستی تحت تأثیر شارهای حرارتی اعمال شده اهمیت زیادی در پزشکی دارد [۱]. به‌عنوان‌مثال در درمان تومورهای سرطانی به کمک لیزر هدف اصلی افزایش دمای بافت‌های آسیب دیده تا یک دمای مشخص به‌منظور نابودی حرارتی آن‌ها با تابش لیزر است.

روتگی و ویاس [۲] حل تحلیلی را به‌منظور مطالعه اندرکنش لیزر و پوست به دست آوردند، اما این حل با فرض مدل تقارن استوانه‌ای به دست آمده است که در آن پرتو لیزر فقط در راستای z حرکت می‌کند. گائو و همکاران [۳] هم‌زمان از تابع گرین و روش تبدیل فوریه استفاده کردند. نیومن و همکاران [۴] اثرات ناشی از تغییرات دما در بافت‌های بیولوژیکی را با کمک تابع گرین بررسی کردند. . احمدی‌کیا و همکاران [۵-۷] معادله پنز و موج گرمایی را به کمک تبدیل لاپلاس و تئوری وارونه‌سازی مورد بررسی قرار داده‌اند. ژونگ شان و همکاران [۸] معادله انتقال حرارت بیولوژیکی را در بافت‌های بیولوژیکی بررسی کرده‌اند. الخیری [۹] معادله انتقال حرارت با تأخیر فاز دوگانه را با کمک تابع گرین حل کرده است.

در این مقاله راه حلی برای تحلیلی معادله انتقال حرارت پنز [۱۰] به کمک تابع گرین ارائه شده و به کمک آن چند مسئله با شرایط مرزی ثابت و متغیر به همراه تولید گرمای داخلی حل می‌شود. تابع گرین برای حل هر مسئله یک عبارت انتگرالی ارائه می‌دهد. بنابراین روش ارائه شده به‌سادگی برای حل مسائل دوبعدی یا سه‌بعدی استفاده می‌شود.

۲ بدنه اصلی مقاله

۲-۱ روش حل مسئله

معادله انتقال حرارت بیولوژیکی پنز به شکل زیر است [۱۰].

$$\rho c\frac{\partial T}{\partial t}=k\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\left(\omega_b\rho_b c_b\right)\left(T_a-T\right)+q_{met}+q_{ext} \qquad (۱)$$

معادله ۱ به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\rho c\frac{\partial T}{\partial t}+\left(\omega_b\rho_b c_b\right)\mathrm{T}=k\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+q_{met}+q_{ext}+\omega_b\rho_b c_b T_a \qquad (۲)$$

با تقسیم کردن طرفین معادله ۲ بر عبارت ρc و تعریف کردن پارامترهای جدیدی مانند Q و b این معادله به‌صورت زیر تبدیل می‌شود.

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\left(\frac{\omega_b\rho_b c_b}{\rho c}\right)T=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{q_{met}+q_{ext}+\omega_b\rho_b c_b T_a}{\rho c} \qquad (۳)$$

$$Q=\frac{q_{met}+q_{ext}+\omega_b\rho_b c_b T_a}{\rho c}\quad,\quad b=\frac{\omega_b\rho_b c_b}{\rho c} \qquad (۴)$$

معادله ۳ باید به همراه شرایط مرزی مشخص حل شود. در معادله ۳، سه منبع ناهمگنی می‌تواند وجود داشته باشد: عبارت چشمه حرارتی ($Q/\rho c$)، شرایط اولیه و شرایط مرزی مسئله. برای حل این معادله