ICHMT2014-HN10101990073

حل تحلیلی معادله انتقال حرارت بیولوژیک هذلولوی به کمک تابع گرین

محسن موحدنیا[۱]، حسین احمدی کیا [۲]

[۱] دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، اصفهان ، دانشگاه اصفهان، Mohsen.movahednia@yahoo.com

[۲] دانشیار مهندسی مکانیک، اصفهان، دانشگاه اصفهان، Ahmadikia@eng.ui.ac.ir

چکیده

قانون فوریه فرض می‌کند که هر موج یا اختلال حرارتی با سرعت بی‌نهایت منتشر می‌شود. اما این موضوع ازنظر فیزیکی صحیح نیست و هر فرآیند برای رسیدن به تعادل نیاز به زمان دارد. بنابراین در بررسی فیلم‌های نازک و در زمان‌های گذار اولیه، قانون فوریه صدق نمی‌کند. معمولاً از معادله انتقال حرارت هیپربولیکی (موج گرمایی) در بررسی انتقال حرارت در این‌گونه مواقع استفاده می‌شود. تحقیقات گسترده‌ای برای نشان دادن این موضوع که معادله هیپربولیکی می‌تواند به‌طور مناسب رفتار موج مانند معادله انتقال حرارت را مدل کند، انجام‌گرفته است. در این مقاله به کمک تابع گرین یک حل تحلیلی عمومی برای زمان‌هایی که رفتار موجی معادله انتقال حرارت، حاکم است ارائه می‌شود. تعریف تابع گرین بیان می‌شود و توزیع دما در بافت پوست با ابعاد محدود به دست می‌آید و با حل به دست آمده از روش قانون فوریه مقایسه می‌شود.

واژه‌های کلیدی

انتقال حرارت، بافت بیولوژیکی، مدل هذلولوی، تابع گرین

۱ مقدمه

بافت پوست بزرگ‌ترین عضو از بدن انسان است که وظایف متعددی را در بدن از قبیل تنظیم دما، حفظ بدن در برابر عوامل خارجی، جلوگیری از اتلاف آب بدن و دریافت و انتقال حواس بر عهده دارد. پیشرفت فنّاوری‌هایی مثل لیزر و ماکروویو منجر به توسعه روش‌های گرمادرمانی بافت‌های آسیب دیده شده است. از تابش لیزر در علوم پزشکی برای کاربردهای تشخیص و درمان استفاده می‌شود. افزایش و کاهش دما تا حد انجماد و سوختگی، به‌منظور از بین بردن بافت‌های خاص و نابودی آن‌ها در عمل جراحی متداول است. به‌عنوان مثال هدف اصلی هایپرترمیا، افزایش دمای بافت‌های بیمار تا حد نابودی آن‌ها (تقریباً ۴۲ تا ۴۳ درجه سلسیوس) و نابودی حرارتی آن‌هاست. بنابراین دانستن توزیع دما در بافت‌های پوستی و مقدار حرارت منتقل شده بسیار مهم و حیاتی است.

قانون هدایت فوریه در بسیاری از مسائل، رسانندگی گرما در اجسام را توصیف می‌کند. این قانون فرض می‌کند که اغتشاش گرمایی ایجاد شده در یک نقطه از جسم به‌سرعت در کل جسم احساس می‌شود، یا به‌عبارتی‌دیگر، سرعت نفوذ اغتشاش گرمایی در جسم بی‌نهایت است. اگرچه این فرضیه در بسیاری از کاربردهای عملی قابل‌قبول است، اما در شرایط گرمایی یا محیط‌های هدایت حرارتی خاصی که انتقال حرارت ویژگی‌های غیر فوریه مثل رفتار موج گونه‌ای یا هدایت حرارت هذلولوی از خود نشان می‌دهد [۱]، قادر به توصیف پدیده انتقال حرارت نیست. ازآنجایی‌که در بافت پوست هدایت حرارت توسط برهم‌کنش‌های بین بافت و خون انجام می‌شود و هم‌چنین به دلیل ساختار داخلی ناهمگن آن، نفوذ حرارت با سرعت محدودی در آن صورت می‌گیرد [۲]. نفوذ حرارت با سرعت محدود را هدایت حرارت غیر فوریه می‌نامند. در این مقاله به کمک مدل هذلولوی هدایت حرارتی (مدل موجی) توزیع دما در بافت‌های بیولوژیکی محاسبه خواهد شد.

هرچند معادله انتقال حرارت هذلولوی تاکنون موضوع تحقیقات بسیاری بوده است [۳ و ۴] اما استفاده از تابع گرین برای حل این معادله بسیار اندک بوده است. حاجی شیخ و همکاران [۵ و ۶] مسئله موج گرمایی را به کمک تابع گرین مورد بررسی قرار داده‌اند. الخیری [۷] با کمک تابع گرین معادله انتقال حرارت با تأخیر فاز دوگانه را حل کرده است. روتگی و ویاس [۸] حل تحلیلی را به‌منظور مطالعه اندرکنش لیزر و پوست به دست آوردند، اما این حل با فرض مدل تقارن استوانه‌ای به دست آمده است که در آن پرتو لیزر فقط در راستای Z حرکت می‌کند. گائو و همکاران [۹] هم‌زمان از تابع گرین و روش تبدیل فوریه استفاده کردند. نیومن و همکاران [۱۰] اثرات ناشی از تغییرات دما در بافت‌های بیولوژیکی را با کمک تابع گرین بررسی کردند.

تابع گرین روش بسیار قدرتمندی است و در معادلات دیفرانسیل مستقل از ترم‌های چشمه است. بنابراین می‌توانند به‌راحتی برای محاسبه توزیع دما برای پروفیل‌های مختلف عبارت چشمه یا تولید گرمای حجمی بکار رود. علاوه‌براین روش تابع گرین قابلیت این را دارد که با شرایط مرزی گذرا یا تابع مکان نیز مسئله را حل کند.

در این مقاله با تعمیم روش ارائه شده به‌وسیله حاجی شیخ [۶] معادله انتقال حرارت هذلولوی (موجی) بیولوژیکی حل می‌شود و در ادامه با ذکر یک مثال درستی روش ارائه شده مورد بررسی قرار می‌گیرد. نشان داده می‌شود که محاسبات مربوط به مسائل انتقال