



## رابطه‌سازی کارآی اجزای محدود برای تحلیل مودال تیرهای با نگره- ی اولر-برنولی

محمد کارکن<sup>1</sup>، فرزاد شهابیان مقدم<sup>2</sup>

1- دانشجوی دکتری سازه- دانشگاه فردوسی مشهد

[karkon442@gmail.com](mailto:karkon442@gmail.com)

2- دانشیار گروه عمران - دانشگاه فردوسی مشهد

[shahabf@um.ac.ir](mailto:shahabf@um.ac.ir)

### چکیده

در این پژوهش با بهره‌جویی از معادلات حاکم بر تیرهای با نگرهی اولر-برنولی و روش اجزای محدود، ابتدا یک جزء تیری سه گرهی رابطه‌سازی می‌گردد. در هر گره این جزء، یک درجه آزادی دورانی و یک درجه آزادی انتقالی وجود دارد که در مجموع این جزء، دارای شش درجه آزادی می‌باشد. با به دست آوردن تابعهای درونیاب برای این جزء تیری سه گرهی، ماتریس سختی و هم‌چنین ماتریس حرم آن به صورت صریح محاسبه می‌شود. در ادامه، معادلات دینامیکی حاکم بر ارتعاش آزاد تیر به صورت ماتریسی رابطه‌سازی می‌گردد. با بهره‌جویی از روابط به دست آمده، تحلیل مودال و ارتعاش آزاد تیر انجام می‌شود. با مقایسه نتایج به دست آمده از این روش با نتایج دیگر پژوهش‌گران، کارآیی و دقیق بسیار بالای جزء سه گرهی پیشنهادی به اثبات می‌رسد.

**واژه‌های کلیدی:** اجزای محدود، ارتعاش آزاد، جزء تیری سه گرهی، تیر اولر-برنولی، تابع درونیاب.

### 1. مقدمه

تحلیل ارتعاش آزاد سازه و یافتن شکل مودهای ارتعاشی آن به خصوص برای تحلیل ارتعاش اجرای سازه با راه کار مودال ضروری می‌باشد. بدین ترتیب که با یافتن شکل مودهای سازه و روی هم گذاری آن، پاسخ ارتعاش اجرای سازه به دست می‌آید. تا کنون عبارات مختلفی برای تابع شکل مود تیرهای اولر-برنولی بیان شده است [2، 1]. با این حال این توابع به دلیل پیچیدگی و هم‌چنین مشکلات عددی، امکان یافتن چند مود اول را به دست می‌دهند. روش اجزای محدود به دلیل سادگی و فراگیر بودن آن و هم‌چنین دقت بالای آن، به عنوان روشی جایگزین شیوه‌های تحلیلی، مورد توجه قرار گرفته است.

لازم به ذکر است که محاسبه‌ی مودهای ارتعاشی تیرهای با ضخامت کم، در تحلیل دینامیکی تیرها و قاب‌ها به روش مودال ضروری می‌باشد. به دلیل پیچیده بودن معادلات حاکم براین گونه مسائل، روش‌های عددی