پانزدهمین کنفرانس دانشجویان عمران سراسر کشور
۱۱، ۱۲ و ۱۳ شهریورماه ۱۳۹۳، دانشگاه ارومیه

تحلیل ارتعاش آزاد صفحات میندلین با استفاده از توابع نربز

محمد مهدی هنرمندیان[۱]، عیسی سلاجقه[۲]، سعید شجاعی[۳]

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، دانشگاه شهید باهنر کرمان، honarmandian.mehdi@gmail.com
۲- استاد بخش مهندسی عمران، دانشگاه شهید باهنر کرمان، eysasala@uk.ac.ir
۳- دانشیار بخش مهندسی عمران، دانشگاه شهید باهنر کرمان، saeed.shojaee@mail.uk.ac.ir

چکیده

در این تحقیق، تحلیل هم‌هندسی مبتنی بر توابع نربز برای تحلیلِ ارتعاش آزاد ورق‌ها براساس تئوری رایزنر–میندلین به کار گرفته شده است. از آنجا که توابعِ نربز قابلیت بیان هندسه‌ی دقیقِ شکل را دارند لذا برای تحلیل مورد استفاده قرار گرفته‌اند. مزیت مهم دیگر این توابع تأمین پیوستگی لازم بینِ المان‌ها می‌باشد. فرمول‌بندی ارائه شده برای ورق‌ها براساس نظریه‌ی رایزنر–میندلین دارای درجات آزادی مربوط به خیز و دوران‌ها است. در تکیه‌گاههای گیردار، برای لحاظ کردن درجات آزادی دورانی از همان شرایط نقاط کنترلی که دارای درجات آزادی انتقالی هستند نیز استفاده شده است. مثال‌های مختلف کارایی بالای این روش و قابلیت آن برای بررسی فرکانس‌ها و مود شکل‌ها را ارائه می‌دهد که این موضوع بیانگر قابلیت این روش برای محاسبات دینامیکی است.

واژگان کلیدی: تحلیل هم‌هندسی، نربز، رایزنر–میندلین.

۱. مقدمه

تئوری ورق‌ها تاریخچه‌ای طولانی دارد و حتی امروزه نیز پیشرفت‌های جدیدی در این زمینه حاصل شده است[۱]. نیاز به تئوری ورق‌ها به این دلیل می‌باشد که این نوع سازه‌ها به طور فراگیر در طبیعت و صنعت وجود دارند و چون در بسیاری از مسائل طراحی به تحلیل صفحات در حالت بارگذاری خارج صفحه، احتیاج پیدا می‌کنیم لذا ارائه‌ی راه حل عددی برای ورق‌ها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

اولین تئوری ورق‌ها توسط کیرشهف در سال ۱۸۵۰ بیان گردید که به آن تئوری کلاسیک ورق‌ها نیز گفته می‌شود. لاو نیز تئوری در مورد ورق‌ها بیان کرد که براساس فرضیات کیرشهف استوار بود بنابراین به عنوان تئوری کیرشهف–لاو شناخته شده است [۲]. پس از تئوریِ اولیه‌ی لاو محققین زیادی تئوری‌های متفاوتی در این زمینه ارائه دادند. این تئوری‌ها کم و بیش مبتنی بر فرضیات لاو بود که تفاوت آنها تنها در نادیده گرفتن یا تقریب زدن بعضی از جملات این تئوری بود؛ سندرس تعریف دوباره‌ای از نیروها و ممان‌ها ارائه کرد [۳]. فلاج و همکاران با نادیده گرفتن بسیاری از فرضیات و اعمال محدودیت‌های کمتر در زمینه نازک بودن ورق، تئوری دیگری ارائه دادند[۴]. تمام تئوری‌هایی که در بالا ذکر شد برای ورق‌های نازک به کار می‌روند که در آن می‌توان از تنش و کرنش‌های عرضی چشم پوشی کرد، هر چقدر ضخامت ورق بیشتر شود، اهمیت تغییر شکل‌های برشی به مراتب بیشتر می‌شود، همین امر منجر به ارائه‌ی تئوری‌های مختلفی در این زمینه گردید؛ اما دومین تئوری برجسته در مورد ورق‌ها، تئوری رایزنر–میندلین می‌باشدکه برخلاف تئوری کیرشهف–لاو، تغییر شکل‌های برشی را در نظر می‌گیرد[۵]. این تغییر شکل‌های برشی برای ورق‌های نازک قابل اغماض می‌باشد اما برای ورق‌های ضخیم حائز اهمیت است. هرچند بسیاری از ورق‌ها در کاربردهای واقعی جزء ورق‌های نازک دسته بندی می‌شوند اما تئوری رایزنر–میندلین نقش مهمی در تحلیل ورق‌ها به روش اجزاء محدود ایفا می‌کند. اساساً این موضوع بدان خاطر می‌باشد که برای المان‌های رایزنر– میندلین تنها پیوستگی C^{0} مورد نیاز است و همین امر منجر به استفاده‌ی آسان از توابع می‌گردد. با این وجود استفاده از این نوع المان‌ها با مرتبه‌ی پایین منجر به پدیده‌ی قفل شدگی می‌شود و تلاش‌های بسیاری نیز در گذشته برای کاهش اثرات قفل شدگی انجام گرفته است. همانطور که در بالا اشاره شد، معرفی روش اجزاء محدود امکان تحلیل و در نتیجه طراحی سازه‌هایی با شکل دلخواه را فراهم آورد، که قبلاً راه‌حلی برای آنها وجود نداشت. طراحی این چنین شکل‌های دلخواهی توسط روش‌های ریاضی، شاخه دیگری از علم می‌باشد که