# برآورد بیزی پارامترهای توزیع نمایی نمایی‌شده با استفاده از نمونه‌گیری RSS و SRS

لیلا زمانزاده
تربیت بدنی استان آذربایجان غربی
Leylazamanzadeh1980@gmail.com

حسین جباری خامنه‌ای
گروه آمار، دانشگاه تبریز
h-jabbari@tabrizu.ac.ir

**چکیده**

در این مقاله نخست به معرفی توزیع نمایی نمایی‌شده می‌پردازیم، به دلیل اهمیت این توزیع در تحلیل داده‌های طول عمر به دنبال برآوردگرهای مطلوب برای پارامترهای درگیر هستیم. هدف این مقاله، بررسی درست‌نمایی ماکسیمم ML و برآوردکننده‌های بیزی پارامترهای شکل و اندازهٔ نمایی نمایی‌شده براساس SRS و RSS می‌باشد. برآوردکننده‌های بیزی تحت تابع زیان مربع خطا با فرض توزیع پیشین گاما برای هر دو پارامتر مورد بررسی قرار می‌گیرد. ابتدا برآورد حداکثر درست‌نمایی پارامترهای توزیع بر اساس یک نمونه تصادفی n تایی را به دست می‌آوریم و سپس به شرح نمونه‌گیری مجموعه رتبه‌دار پرداخته و مسأله برآورد پارامترهای توزیع بر اساس روش نمونه‌گیری مجموعه رتبه‌دار را مورد بررسی قرار می‌دهیم و در پایان به مقایسه دو روش نمونه‌گیری می‌پردازیم.

**واژگان کلیدی :** بیز؛ تابع زیان مربع خطا؛ توزیع نمایی نمایی‌شده؛ نمونه‌گیری تصادفی ساده؛ نمونه‌گیری مجموعه رتبه‌دار.

## ۱. پیش‌گفتار

روش نمونه‌گیری براساس مجموعهٔ رتبه‌بندی، یک جایگزین مؤثر در نمونه‌گیری تصادفی ساده بود که با کاهش واریانس برآورد کننده، نمونه گیری ساده را در اکثر موارد انجام داده و صحت و دقت یکسانی را با اندازهٔ نمونه کوچکتر از اندازهٔ مورد نیاز در نمونه گیری تصادفی فراهم می‌کند. نمونهٔ مجموعهٔ رتبه دار (RSS) را می‌توان در اکثر مطالعاتی که اندازه گیری دقیق یک جزء بسیار مشکل است. (بر حسب پول، زمان، کار و یا سازمان) بکار برد. اما متغیر بهره و سود، اگرچه به راحتی قابل اندازه گیری نیست ولی می‌توان نسبتاً به راحتی و بدون هیچ هزینه‌ای و یا با هزینهٔ بسیار کم رتبه‌بندی کرد. اولین بار توسط مک این تایر [۳] پیشنهاد شد و تاکاهاسی و واکیموتو [۶] بر طبق نظریهٔ ریاضی از آن حمایت کردند. دل و کلاتر [۲] نشان دادند که RSS حتی با وجود یک خطا در رتبه‌بندی، مؤثرتر از نمونه‌گیری تصادفی بود. سماوی و همکارانش [۵] استفاده از نمونه‌های مجموعهٔ بسیار مرتب را برای برآورد میانگین جمعیت پیشنهاد کردند. موتلاک [۴]نمونه‌گیری متوسط مجموعهٔ رتبه دار رابه منظور برآورد میانگین جمعیت معرفی کرد. الصالح و الغدیری [۱] نمونهٔ مجموعهٔ رتبه دار را به عنوان روندی که کارایی برآوردکنندهٔ RSS را بدون افزایش اندازهٔ مجموعه افزایش دهد را معرفی کردند.
اگرمتغیر تصادفی $X$ دارای تابع چگالی احتمال زیر باشد

$$f(x,\alpha,\lambda)=\theta\lambda(۱-e^{-\lambda x})^{\theta-۱}e^{-\lambda x}\quad x>۰$$

دارای توزیع نمایی تعمیم یافته یا نمایی، نمایی شده با پارامترهای $\alpha,\lambda$ می باشد. و آن را با نماد $X\sim GE(\theta,\lambda)$ یا $X\sim EE(\theta,\lambda)$ نشان می دهیم .
حالت خاص $\theta=۱$ یعنی $X\sim GE(\theta,\lambda)$ همان توزیع نمایی دوپارامتری است.

$$f(x,\theta,\lambda)=(۱-e^{-\lambda x})^{\theta}\quad x>۰\quad S(x,\alpha,\lambda)=۱-(۱-e^{-\lambda x})^{\theta}$$
$$h(x,\alpha,\lambda)=\frac{\theta\lambda(۱-e^{-\lambda x})^{\theta-۱}e^{-\lambda x}}{۱-(۱-e^{-\lambda x})^{\theta}}\qquad M(t)=\frac{\Gamma(\theta+۱)}{\Gamma(\theta-t+۱)}$$
$$E(X)=\psi(\theta+۱)-\psi(۱)\quad V(X)=\psi(۱)-\psi(\theta+۱)$$
$$\gamma_۱(\alpha,\lambda)=\frac{\psi(\theta+۱)-\psi(۱)}{(\psi(۱)-\psi(\theta+۱))^{\frac{۳}{۲}}}\quad \gamma_۲(\alpha,\lambda)=\frac{\psi(۱)^{۳}-\psi^{۲}(\theta+۱)}{(\psi(۱)-\psi(\theta+۱))^{۲}}$$

که در ان $S(X)$ تابع قابلیت اعتماد و $h(X)$ تابع نرخ خطر می باشد.