

## تحلیل دقیق ارتعاش آزاد تیر تیموشکو با مقطع متغیر و تکیه گاه الاستیک

رضا عطار نژاد - دانشیار گروه مهندسی عمران - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

\*نگین معنوی - دانشجوی کارشناسی ارشد عمران - سازه هیدرولیکی - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

علیرضا فرساد - فارغ التحصیل کارشناسی ارشد عمران - سازه - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

تلفن: ۰۲۱-۲۲۵۳۰۸۶ ، پست الکترونیکی: [nsilgin@yahoo.com](mailto:nsilgin@yahoo.com)

### چکیده

در این مقاله تحلیل دقیق ارتعاش آزاد تیرهای تیموشکو با تکیه گاه الاستیک با استفاده از تئوری حاکم بر تیرهای تیموشکو انجام شده است. شایان ذکر است که فرمولهای حاکم بر تیر تیموشکو بسیار پیچیده تر از تیر اوبلر-برنولی بوده و بسیار دقیقتر نیز می باشند بویژه هنگامی که نسبت ارتفاع به طول تیر از ۱/۱ بیشتر باشد (تیرهای عمیق). علت آن است که در تحلیل این مقاطع اثرات ناشی از اینرسی دورانی و اثرات ثانویه برش لحاظ می شوند. بطور کلی معادلات حاکم بر این تیرها شامل دو معادله دیفرانسیل وابسته (کوپل) هستند که بصورت جملاتی با متغیرهای مستقل (تغییر مکان و دوران) بیان می شوند که حل آنها با استفاده از روش فربنیوس ممکن میگردد. لذا فرکانسهای طبیعی و اشتکال مود تیر تیموشکو با مقطع متغیر و تکیه گاه الاستیک قابل دستیابی است. در انتهای مقاله مثال های عددی ارائه شده است که گویای تطبیق بسیار بالای نتایج حاصل از روش پیشنهادی و نتایج موجود در مقالات معتبر علمی و روش اجزای محدود می باشند.

**کلید واژه ها:** تحلیل دقیق، ارتعاش آزاد، مقطع متغیر، تکیه گاه الاستیک، تیر تیموشکو، فرکانس طبیعی، شکل مود

### ۱- مقدمه

امروزه بعلت استفاده روز افزون از مدل سازی تیرها در محاسبات پیچیده، محققان بسیاری در این زمینه مطالعات گسترده ای انجام دادند تا به روشهایی که منتهی به سهولت عملیات تحلیلی شود دست یابند که از آن جمله می توان به Laura و Gutierrez (۱۹۹۰) اشاره کرد که مقاله ای در مورد ارتعاش این تیرها با مقطع غیر یکنواخت با تکیه گاههای مختلف منتشر کرده بودند [۱]. Leung و Zhou (۲۰۰۱) استفاده از سریهای توانی سختی دینامیکی تیر تیموشکو با مقطع غیر یکنواخت را تعیین نمودند [۲]. در سال ۲۰۰۱ بار دیگر Zhou به همراه Cheung نتایج جدیدتری از تحقیقات خود را درباره تیرهای تیموشکو به چاپ رساندند [۳]. همچنین محققان دیگری نیز در این زمینه فعالیت نموده اند که از نتایج کارهایشان برای اثبات درستی نتایج روش پیشنهادی بهره گرفته شده است [۴-۹]. بطور کلی معادلات حاکم بر این تیرها دو معادله دیفرانسیل وابسته (کوپل) هستند که بصورت جملاتی بر حسب دو