چهل و ششمین کنفرانس ریاضی ایران
۳–۶ شهریور ۱۳۹۴
دانشگاه یزد

روش جداسازی عملگرها و کاربرد آن در حل یک مسئله سهموی غیرخطی

علی ذاکری
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

زهرا نوروزی*
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

چکیده

در این مقاله روش جداسازی عملگر [1] مبتنی بر یافتن ریشه یک معادله به روش نیوتن به منظور حل معادلات دیفرانسیل غیر خطی ارائه می‌شود.جواب‌های تقریبی حاصل از بکارگیری این روش و مقایسه آن با جواب واقعی نشان دهنده دقت و همگرایی مناسب این روش است.

واژه‌های کلیدی: روش جداسازی عملگر، معادلات دیفرانسیل غیرخطی،روش نیوتن،روش تفاضلات متناهی،مسئله‌ی نفوذ

۱ مقدمه

در مسائل مربوط به معادلات دیفرانسیل با مشتقات پاره‌ای برخی کلاس‌های شناخته شده از معادلات نظیر معادله گرما، موج، انتقال، انتشار و ... وجود دارد که تا کنون روش‌های متفاوت عددی یا تحلیلی بسیاری برای حل آن ها ارائه شده است. در بسیاری از پدیده‌های طبیعی نظیر معادله‌ی انتقال –انتشار ، چندین عبارت دیفرانسیلی در یک معادله در کنار یکدیگر قرار می‌گیرند که روش‌های عددی موجود برای حل آنها به جهت عدم برقراری شرایط پایداری، همگرایی یا سازگاری روش مورد استفاده، کارآمد نمی‌باشد.

ایده‌ی اساسی روش جداسازی عملگر بر پایه جداسازی مسئله به مسائل ساده‌تر که به آن‌ها زیر مسئله گفته می‌شود استوار است. در سال ۱۹۵۰ اولین بار این روش موسوم به روش جداسازی لی–تروتر [2] مطرح شد و در سال ۱۹۵۷ در حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات پاره‌ای توسط گادونف[3] و باگرینفسکی [4] به کارگرفته شد. همچنین از روش مزبور با انتخاب روش تفاضلات متناهی برای هر زیر مسئله خطی در سال ۱۹۶۰ استفاده شد. از این روش برای حل مسائل غیرخطی از سال ۲۰۰۵ تا کنون استفاده شده است [۴، ۲] .

در روش جداسازی عملگر به جای حل مسئله‌ی اولیه زیر مسئله‌های ساده‌تر با استفاده از روش‌های عددی مشهور حل می‌شوند. لذا قابلیت ترکیب روش‌های عددی خاص برای بدست آوردن جواب مسئله‌ی اصلی فراهم می‌گردد . به طور مثال برای معادله انتقال–انتشار هر یک از معادلات در حوزه‌ی پایداریشان حل شده و جواب اصلی با تکنیک‌های روش جداسازی از متصل کردن جواب زیر مسئله‌ها بدست خواهد آمد. استفاده از این روش می‌تواند حافظه‌ی مورد نیاز محاسبات را کاهش دهد و در بعضی مسائل الگوریتمی ایجاد کند که به طور نامشروط پایدار است. همچنین در برخی مسائل چند بعدی روش جداسازی عملگر تنها روش حل ممکن است.

*سخنران

[1] operator splitting method
[2] Lie-Trotter
[3] Gadonov
[4] Bagrinovskii