



## حل عددی معادلات جابجایی- نفوذ با میدان سرعت غیرخطی با روش دوگان جابجایی المانهای مرزی

رباب شفارودی\*  
دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران

مجید قدسی حسن آباد  
دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران ‡

### چکیده

روش دوگان جابجایی المانهای مرزی روشی مناسب برای تبدیل معادلات شبه پواسون به دستگاهی از معادلات برای حل عددی می باشد. معادله نفوذ- جابجایی معادله ای شبه پواسون است. این معادله با روش دوگان جابجایی حل شده و دستگاه معادلات آن در شرایطی که میدان سرعت غیر خطی است بدست آمده است. براساس این روش یک مسئله غیر خطی حل شده و نتایج در دو حالت با حل تحلیلی مقایسه شده است.

واژه‌های کلیدی: دوگان جابجایی - نفوذ و جابجایی - المانهای مرزی میدان سرعت غیرخطی

Mathematics Subject Classification [2010]: 35H30,65N38

### ۱ مقدمه

روش دوگان جابجایی<sup>۱</sup> یکی از روشهای عددی است که براساس المانهای مرزی استوار است و به این دلیل ایجاد شده که انتگرال روی ناحیه جواب را به انتگرال روی مرز تبدیل نماید. [۲] معادله جابجایی-نفوذ مستقل از زمان به صورت زیر می باشد:

$$\vec{V} \cdot \nabla \phi = \left( \frac{D}{\rho} \right) \nabla^2 \phi + S \quad (1)$$

که در آن  $\phi$  تابع کمیت مورد بررسی،  $S$  تابع چشمه یا چاه که مقادیر مورد نظر را به سیستم اضافه یا از آن کم می کند،  $\rho$  چگالی سیال  $D$  ضریب پخش و  $\vec{V}$  بردار سرعت است. در حالت کلی سرعت و منبع خطی نیستند. شرایط مرزی به صورت دیریکله و نیومن در نظر گرفته می شود. برای تبدیل معادله به فرم دوگان جابجایی ابتدا ضریب

$$k = \frac{D}{\rho} \quad (2)$$

را تعریف می کنیم. این ضریب در پایداری حل نقش اساسی دارد. روشی که معمولا برای تبدیل معادله به دوگان جابجایی در نظر گرفته می شود این است که میدان سرعت خطی در نظر گرفته می شود و در نتیجه با یک بار تقریب زدن توابع بر روی مرز با توابع شعاعی معادله به یک معادله همگن تبدیل می گردد. ما در اینجا فرض خطی بودن را در نظر نمی گیریم و بنابراین

\* سخنران  
† دانشجوی کارشناسی ارشد ریاضی  
‡ دکترای مکانیک، عضو هیئت علمی دانشگاه

<sup>۱</sup>DRM Dual Reciprocity Method