انعکاس پذیری عملگر ضربی M_{z^k} روی فضای باناخ سری های لوران

سید امیدرضا عابدی
دانشگاه یاسوج

علی ایلون کشکولی
دانشگاه یاسوج

چکیده

در این مقاله به بررسی و استخراج شرایط کافي براي انعکاس پذیري عملگر ضربي M_{z^k} روي فضاهاي باناخ سري هاي لوران به ازای هر توان صحیح k پرداخته شده است.

واژه‌های کلیدی: عملگر ضربی، عملگر انعکاسی، فضای باناخ سری های لوران وابسته به دنباله β
Mathematics Subject Classification [2010]: 13D45, 39B42

۱ مقدمه

فرض کنید $\{\beta(n)\}_{n=-\infty}^{\infty}$ دنباله اي از اعداد مثبت با شرط $\beta(0) = 1$ باشد. به ازاي $1 < p < \infty$ ، فضاي $L^p(\beta)$ را به صورت:

$$L^p(\beta) = \left\{ f \,|\, f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{f}(n) z^n : \|f\|^p = \|f\|_\beta^p = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\hat{f}(n)|^p \beta(n)^p < \infty \right\},$$

تعریف می کنیم. $L^p(\beta)$ فضای باناخ انعکاسی با نرم $\|.\|_\beta$ است. فرض کنید $\widehat{f_k}(n) = \delta_k(n)$. آنگاه $f_k(z) = z^k$ و $\{f_k\}_{k\in\mathbb{Z}}$ یک پایه برای $L^p(\beta)$ است به طوری که $\|f_k\| = \beta(k)$. ما مجموعه عملگرهای خطی - ضربی روی $L^p(\beta)$ را با M_φ و مجموعه ضرایب $\{\varphi \in L^p(\beta) : \varphi L^p(\beta) \subseteq L^p(\beta)\}$ را با نماد $L^p_\infty(\beta)$ نشان می دهیم. همچنین مجموعه توابع تحلیلی روی Ω (که Ω یک دامنه کاراتئودوری است) را با نماد $H(\Omega)$ و مجموعه توابع تحلیلی کران دار روی Ω را با نماد $H^\infty(\Omega)$ نشان می دهیم.

نتیجه ۱.۱. *فضاي $L^p_\infty(\beta)$ با نرم $\|M_\varphi\| = \|\varphi\|_\infty$ يك جبر باناخ جابجايي است [۴] .*

تعریف ۲.۱. عدد مختلط λ را، يك محاسبه گر نقطه اي كراندار روي $L^p(\beta)$ گوييم، هر گاه تابعك $e(\lambda) : L^p(\beta) \longrightarrow \mathbb{C}$ با ضابطه $e(\lambda)(f) = f(\lambda);\ f \in L^p(\beta)$ كراندار باشد.

با فرض $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ ، به روش مشابه در [۳] مي توان نشان داد $(L^p(\beta))^* = L^q(\beta^{\frac{p}{q}})$. بنابراین اگر

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{f}(n) z^n \in L^p(\beta), \qquad g(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{g}(n) z^n \in L^q(\beta^{\frac{p}{q}}),$$

آنگاه $g(f) =< f, g >= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{f}(n) \overline{\hat{g}(n)} (\beta(n))^p$.