روش عددی برای کنترل بهینه حلقه باز با استفاده از چندجمله اي هاى چپیشف

محمد حسین درخشان * محمد رضا احمدي داراني
دانشگاه شهرکرد دانشگاه شهرکرد

چکیده

در این مقاله، شکل کلی یک مسئله کنترل بهینه کسری OPCs را بیان می کنیم و یک شرط لازم برای وجود این مسئله با استفاده از روش پونتریاگین بدست می آوریم. و از طرفی یک روش عددی به صورت سری چندجمله اي هاى چپیشف بیان می کنیم و این مسئله کنترل بهینه کسری را با استفاده از این روش عددی تقریب می زنیم. در پایان، کارایی روش ارائه شده را به کمک حل عددی یک مثال و مقایسه با جواب دقیق می آزماییم.

واژه‌های کلیدی: مشتق کسری کپوتو ، چندجمله چپیشف، سرعت همگرایی، تقریب عددی
Mathematics Subject Classification [2010]: 65K10, 26A33, 49K15

۱ مقدمه

مسئله کنترل بهینه کاربرد فراوانی در رشته های مهندسی و علوم پایه دارد که یکی از کاربردهای این مسئله را در زمینه هوافضا و مکانیک می توان بیان کرد([۱]، [۲]). در این بخش برخی از مفاهیم و تعاریفی که در بخش های بعدی مورده استفاده قرار می گیرد را بیان مي كنيم. مشتق كسري ريمان ليوويل براي $\lambda(t)$ و همچنين مشتق كسري كپوتو براي $x(t)$ به ترتيب به صورت زير بيان مي شوند([۳]، [۴]):

$$ {}_tD_{t_f}^{\alpha_1}\lambda(t) = \frac{(-1)^n}{\Gamma(n-\alpha_1)}\frac{d^n}{dt^n}\int_t^{t_f}(\tau-t)^{n-\alpha_1-1}\lambda(\tau)d\tau. \quad (1) $$

$$ {}_{t_0}^{C}D_t^{\alpha_1}x(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha_1)}\frac{d^n}{dt^n}\int_{t_0}^{t}(t-\tau)^{n-\alpha_1-1}x^{(n)}(\tau)d\tau. \quad (2) $$

فرض كنيد α يک عدد حقيقی در بازه $[0,1]$ باشد $f,g:[t_0,t_f]\times\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ دو تابع مشتق پذير باشند. در اين صورت شكل كلی يک مسئله كنترل بهينه كسری را به صورت زير بيان می كنيم:

$$ Minimize\ \ J(x,u) = \int_{t_0}^{t_f} f(t,x(t),u(t))dt, \quad (3) $$

تحت سيستم كنترل ديناميكی كسری زير:

$$ A\dot{x} + {}_{t_0}^{C}D_t^{\alpha}x(t) = g(t,x(t),u(t)), \quad (4) $$

كه ماتريس A يك ماتريس غير صفر بوده، و نقطه ابتدايي ثابت و نقطه انتهاي آزاد در نظر گرفته مي شود. اگر براي روابط (۳)-(۴) از روش پونتریاگین استفاده کنیم به یک شرط لازم برای وجود جواب برای این مسئله می رسیم این شرایط را در

* محمد حسین درخشان