پایداری زمان–ثابت و خاصیت سایه‌زنی

مهدی فاتحی‌نیا*
استادیار گروه ریاضی محض–دانشگاه یزد

غفار داداشی‌شنبرکی
دانشجوی کارشناسی ارشد–دانشگاه یزد

چکیده

در این مقاله، توسیع جدیدی از پایداری زمان–محدود یکنواخت را بررسی می‌کنیم. که به آن، پایداری زمان–ثابت گفته می‌شود [۲]. این پایداری خاصیت بسیار مهمی برای برخی کاربردها و بخصوص زمانی که زمان همگرایی از پیش تعریف شده در سیستم‌های کنترل، می‌باشد. شرایطی را بررسی می‌کنیم که یک سیستم تحت آن شرایط، دارای پایداری مجانبی و سپس، رابطه‌ی بین پایداری زمان–ثابت و خاصیت سایه‌زنی را بررسی می‌کنیم.

واژه‌های کلیدی: پایداری لیاپانوف، جاذب، پایداری زمان–ثابت، خاصیت سایه‌زنی.
Mathematics Subject Classification [2010]: 37B25, 37N35

۱ مقدمه

خاصیت پایداری زمان–ثابت موضعی، کلاسی از پایداری زمان–محدود می‌باشد.

در این مقاله، سیستم زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\dot{x} = f(t, x), \quad t \in \mathbb{R} \tag{۱}$$

مبدأ را برای سیستم(۱) ، پایدار لیاپانوف می‌گوییم، اگر برای هر $\varepsilon > 0$ و هر $t_0 \in I$، $\delta(\varepsilon)$ وجود داشته باشد، بطوریکه برای هر x_0 و هر $t \geq t_0$ که $\|x_0\| < \delta(\varepsilon, t_0)$، ایجاب کند $\|x(t, t_0, x_0)\| < \varepsilon$.

مبدأ را برای سیستم (۱)، جاذب زمان–محدود می‌گوییم، اگر برای هر $t_0 \in \mathbb{R}$، مجموعه $\nu(t_0) \subseteq \mathbb{R}^n$ وجود داشته باشد؛ بطوریکه برای هر $x_0 \in \nu(t_0)$:

۱. برای هر $t > t_0$ از سیستم(۱)، $x(t, t_0, x_0)$ وجود داشته باشد؛

۲. برای هر $x_0 \in \nu(t_0)$ و $t_0 \in \mathbb{R}$، $T(t_0, x_0) < +\infty$.

مجموعه ماکسیمال $\nu(t_0)$ که در تعریف بالا صدق کند را پایه جاذب زمان–محدود می‌گوییم.

مبدأ نقطه درونی $\nu(t_0)$ است.

* سخنران