# تعمیمی از نگاشت‌های کامل

محمدعلی سیاوشی*
دانشگاه شهید چمران اهواز

مهرداد نامداری
دانشگاه شهید چمران اهواز

**چکیده**

در این مقاله به مطالعه‌ی نگاشت‌های $\lambda$-کامل که تعمیمی از نگاشت‌های کامل ( نگاشتهایی پیوسته و بسته با فیبرهای فشرده) می‌باشند پرداخته شده است. با استفاده از $P_\lambda$-فضاها و مفهوم $\lambda$-فشردگی بعضی از نتایج کلاسیک مربوط به نگاشتهای کامل تعمیم داده شده‌اند. به عنوان مثال نشان داده شده که اگر $f$ و $g$ دو تابع پیوسته باشند به طوری که ترکیب آنها نگاشتی $\lambda$-کامل باشد، آنگاه $f$ و $g$ به ترتیب $\alpha$-کامل و $\beta$-کامل هستند که در آن $\alpha, \beta \leq \lambda$.

**واژه‌های کلیدی:** $\lambda$-فشرده، $\lambda$-کامل، $P_\lambda$-فضا
**Mathematics Subject Classification [2010]:** 54A25, 54C10

## ۱ مقدمه

نگاشتهای کامل اولین بار برای فضاهای متری توسط وینشتاین در سال ۱۹۴۷ و همچنین برای فضاهای موضعاً فشرده توسط لیرای در سال ۱۹۵۰ و بورباکی در سال ۱۹۵۱ معرفی شدند. در واقع نقش نگاشتهای کامل در میان نگاشتهای پیوسته، مانند نقش فضاهای فشرده در میان فضاهای توپولوژی است (توسط فرولیک و بورباکی). یک نگاشت کامل نوعی تابع پیوسته بین دو فضای توپولوژی است که بعضی از خواص توپولوی مانند فشردگی موضعی را که توابع پیوسته ممکن است حفظ نکنند، از فضایی به فضای دیگر پایا نگه می‌دارد. در این مقاله تعمیمی از تعریف نگاشت کامل را ارائه می‌دهیم که آن را نگاشت $\lambda$-کامل می‌نامیم. انگیزه‌ی معرفی این نگاشت از مفهوم فضای $\lambda$-فشرده بوجود آمده است که در [۹] معرفی شده است.

**تعریف ۱.۱.** فضای توپولوژی $X$ را $\lambda$-فشرده گوییم هرگاه هر پوشش باز آن دارای زیر پوششی با کاردینال کوچکتر از $\lambda$ باشد، که در آن $\lambda$ کوچکترین عدد کاردینال نامتناهی با این خاصیت است. در این حالت گوییم درجه فشردگی $X$ برابر با $\lambda$ است و می‌نویسیم $d_c(X) = \lambda$.

**لم ۲.۱.** *فرض کنیم $X$ و $Y$ دو فضای توپولوژی و $f : X \to Y$ تابعی پیوسته باشد. اگر $A$ زیرمجموعه‌ای $\lambda$-فشرده از $X$ باشد، آنگاه $d_c(f(A)) \leq \lambda$.*

**تعریف ۳.۱.** اشتراک هر خانواده از مجموعه‌های باز با کاردینال کمتر از $\lambda$ را $G_\lambda$-مجموعه می‌نامیم. توجه می‌کنیم که $G_{\aleph_1}$-مجموعه همان $G_\delta$ مجموعه است. همچنین فضای توپولوژی $X$ را $P_\lambda$-فضا گوییم هرگاه هر $G_\lambda$-مجموعه در آن باز باشد. بدیهی است که هر فضای دلخواهی، $P_{\aleph_0}$-فضا است و $P_{\aleph_1}$- فضا همان $P$-فضا است.

**تعریف ۴.۱.** فرض کنیم $X$ و $Y$ دو فضای توپولوژی و $f : X \to Y$ یک تابع پیوسته باشد. گوییم $f$ یک تابع $\lambda$-کامل است هرگاه $f$ تابعی بسته و $\lambda$ کوچکترین عدد کاردینال نامتناهی باشد که برای هر $y \in Y$ درجه فشردگی $f^{-1}(y)$ کوچکتر یا مساوی $\lambda$ است.

---
*سخنران