



بررسی دسته‌ای از نامساویهای معتبر برای مساله پستچی چینی با سود بیشینه

مصطفی خرمی زاده

دانشگاه صنعتی شیراز

فرزانه حیدری*

دانشگاه صنعتی شیراز

چکیده

در این مقاله ابتدا یک مدل برنامه ریزی ریاضی برای مساله پستچی چینی با سود بیشینه معرفی و بررسی می شود. سپس دسته‌ای از نامساوی های خاص برای فضای شدنی مساله معرفی می شوند و ثابت خواهد شد که این دسته نامساویها برای فضای شدنی مساله هستند. علاوه بر این ثابت خواهد شد که این نامساوی ها تعریف کنندهی وجهک هستند و بنابراین تقریب مناسبی از فضای شدنی بدست می دهند. در پایان با ارایه نتیجه عددی کارایی این نامساوی ها مورد مطالعه قرار خواهد گرفت.

واژه‌های کلیدی: مساله پستچی چینی با سود بیشینه، نامساوی معتبر، روش شاخه و برش، گراف همبند، تور

Mathematics Subject Classification [2010]: 13D45, 39B42

۱ مقدمه

در مساله پستچی چینی هدف یافتن کوتاهترین مسیری است که در آن، پستچی با شروع از یک راس که مبدا نامیده می شود، هر یال گراف را حداقل یکبار پیمایش کند و سپس به نقطه مبدا برگردد. مساله‌ای که در اینجا مورد بحث قرار می‌گیرد تعمیمی از مساله پستچی چینی است که مساله‌ی پستچی چینی با سود بیشینه نامیده می‌شود. در این مساله هر یال یک هزینه c_e برای هر پیمایش همراه با سرویس‌دهی، یک هزینه c_e^d برای پیمایش یال بدون سرویس‌دهی و یک سود حاصل از پیمایش یال دارد. هر زمان که یالی پیمایش شود، یک سود تولید می‌شود. هدف یافتن یک گشت بسته با حداکثر سود خالص بیشینه است که از مبدا شروع شده، یال‌هایی را به تعداد دفعات مشخص پیمایش می‌کند و به مبدا بازمی‌گردد که تور جواب نامیده می‌شود. برخلاف مساله‌ی پستچی چینی در این مساله می‌توان برخی از یال‌ها را پیمایش نکرد و اگر یالی بیش از یک بار نیز پیمایش شود سودی به آن تعلق می‌گیرد. قبل از شرح مدل نمادهایی که در ادامه استفاده می‌شود را بیان می‌کنیم. فرض کنید $G = (V, E)$ گراف همبند و بی‌سویی است. بدون کاستن از کلیت راس فرض کنید $1 \in V$ مبدا است. به هر یال $e \in E$ ، $n_e \geq 0$ سود ناخالص سرویس دهی یال برای اولین بار، دومین بار، ...، n_e امین بار اختصاص می‌یابد که به ترتیب آنها را با نماد $b_e^1, \dots, b_e^{n_e}$ نشان می‌دهیم. علاوه بر این به هر یال $e \in E$ ، $n_e + 1$ هزینه‌های $c_e^1, \dots, c_e^{n_e}, c_e^d$ اختصاص می‌یابد. n_e هزینه‌ی اول مربوط به هزینه‌ی پیمایش و سرویس‌دهی یال e برای اولین بار، دومین بار، ...، n_e امین بار می‌باشد، در حالی‌که هزینه‌ی c_e^d فقط مربوط به پیمایش یال بدون هیچ سرویس‌دهی می‌باشد که اصطلاحاً هزینه‌ی سربار نامیده می‌شود. بنابراین سود خالص t امین پیمایش یال e برابر $b_e^t - c_e^t$ برای $t = 1, 2, \dots, n_e$ است در حالی‌که سود خالص سربار برابر $-c_e^d$ می‌باشد. قبل از این‌که مدل مساله را شرح دهیم، نیاز به بیان قضیه‌ی زیر داریم و اثبات آن در مرجع [۱] آمده است.

* سخنران