



دریویشنه‌های جبرهای توابع روی منیفلدها

نیره الیاسی*

دانشگاه خوارزمی

چکیده

هدف ما در این مقاله تجزیه دریویشنه‌های پیوسته جبر توابع هموار روی منیفلدهای هموار با مقادیر در جبرهای خاص مانند H^* جبرها با بعد دلخواه که لزوماً متناهی نیست، می باشد. تمام نتایج تعمیم قضایا در حالت جبرهای متناهی است. برای این منظور دو مفهوم جدید دریویشنه‌های نقطه ای و دیفرانسیلی را تعریف کرده ایم و در نهایت هر دریویشن پیوسته روی جبر توابع از منیفلدها به H^* جبرها را به صورت جمع مستقیم یک دریویشن نقطه ای و یک دریویشن دیفرانسیلی در آورده ایم.

واژه‌های کلیدی: جبر توابع هموار روی منیفلدها با مقادیر در یک جبر، دریویشن، دریویشن نقطه ای، دریویشن دیفرانسیلی

Mathematics Subject Classification [2010]: 16W25, 20G42, 46K05, 47C10, 58A05

۱ مقدمه

یافتن دریویشنه‌های جبرهای مختلف یک مساله اساسی در شاخه های جبرو آنالیز و هندسه می باشد. در این متن قصد داریم دریویشنه‌های پیوسته جبر توابع روی منیفلدها با مقادیر در برخی جبرها را به دست بیاوریم. کلیه تعاریف و تذکراتی که در مقدمه آمده اند، استانداردند و در کتب ویا مقالات چاپ شده یافت می شوند.

تعریف ۱.۱. اگر A یک جبر باشد، نگاشت خطی $D : A \rightarrow A$ را یک دریویشن روی A می نامند هرگاه برای هر $a, b \in A$ داشته باشیم

$$D(ab) = D(a)b + aD(b)$$

مثال ۲.۱. در هر جبر شرکت پذیر A برای هر عنصر $a \in A$ نگاشت $\delta_a : A \rightarrow A$ که به صورت $\delta_a(b) = ab - ba$ تعریف می شود یک دریویشن روی A است. به دریویشنه‌های به این شکل دریویشنه‌های درونی A گوئیم.

تعریف ۳.۱. اگر A یک جبر توپولوژیک (جبری که دارای توپولوژی نیز هست) باشد مجموعه دریویشنه‌های پیوسته A را با $Der(A)$ نشان می دهیم که یک فضای برداری و بعلاوه یک جبر لی است.

تعریف ۴.۱. در یک جبر A مرکز آن را که با $Z(A)$ نشان می دهیم به صورت زیر تعریف می شود و یک زیر جبر A است.

$$Z(A) = \{a \in A \mid \forall b \in A \quad ab = ba\}$$