



روش گرادیان گسسته برای بهینه سازی ناهموار

محمدرضا ضرابی
دانشگاه دامغانعلی اکبرنیا
دانشگاه پیام نورمریم طاعتی*
دانشگاه دامغان

چکیده

در این مقاله الگوریتمی مبتنی بر مفهوم زیرگرادیان برای حل مسایل بهینه سازی ناهموار مورد بررسی قرار گرفته است. این الگوریتم برای کمینه‌سازی موضعی توابع لیپ شیتز ارایه شده است. در این الگوریتم جهت کاهشی با حل دستگاه نامعادلات خطی محاسبه شده و همگرایی الگوریتم برای توابع شبه مشتق‌پذیر نیمه‌هموار نیز بررسی شده است. نتایج عددی با هر دو تابع هدف منظم و نامنظم ارایه گردیده و برای سرعت همگرایی بهتر زیرگرادیان تصویری در الگوریتم جهت کاهشی با روش مستقیم با استفاده از قضایای مربوطه جایگزین شده است. الگوریتم پیشنهاد شده با دو نمونه متفاوت آزمون شده و با به کارگیری نتایج عددی مقایسه شده است، نتایج حاصل برتری الگوریتم پیشنهاد شده را نسبت به روش زیرگرادیان تقریبی نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: روش زیرگرادیان تقریبی، زیرمشتق رابینوف-دمیانوف، گرادیان گسسته.

۱ مقدمه

برای حل مسایل بهینه‌سازی ناهموار از تعمیم تعریف‌های جدید مشتق استفاده شده است. مفهوم زیرگرادیان که با تعریف مجموعه‌ای از بردارها معرفی می‌شود، برای توابع محدب اولین بار به عنوان تعمیمی برای مشتق اول طرح و بررسی شد. ضعف عمده در زیرمشتق، بزرگ بودن مجموعه تعریف شده در آن است و آن هم ناشی از نوع تعریف مشتق سویی است. برای رفع این مشکل تعریف‌های جدیدی از مشتق سویی ارایه و بر اساس آنها تعمیم‌های جدیدی از مشتق مطرح شده است که از شبه مشتق میانوف-رابینوف^۱ و زیرمشتق میشل-پنو^۲ می‌توان به عنوان مهم‌ترین این تعمیم‌ها نام برد. اما زیرمشتق، تعمیمی از مشتق است که به راحتی قابل پیاده سازی عددی می‌شود، تعریف‌های معرفی شده برای تعمیم‌های مشتق تنها برای توابع لیپ شیتز موضعی ارایه شده‌اند.

در دهه‌های اخیر تلاش برای تعمیم تعریف مشتق به توابع نیم پیوسته پایینی^۳ با استفاده از تعریف گراف تابع ادامه یافته است. اکثر الگوریتم‌هایی که برای مسایل بهینه‌سازی ناهموار کارایی دارند از الگوریتم‌های مرتبه اول استفاده می‌کنند که این الگوریتم‌ها نیز مشتق اول توابع را به کار می‌گیرند و بدین منظور ابتدا توابع به صورت تقریبی هموارسازی می‌شود. برای نمونه می‌توان از الگوریتم شور^۴ که برای حل مسایل بهینه‌سازی محدب به کار می‌رود و الگوریتم‌های گرادیان گسسته^۵ و زیرگرادیان تقریبی^۶ که برای حل مسایل بهینه‌سازی نیمه هموار^۷ به کار می‌روند، نام برد.

* سخنران

^۱Demyanov-Rubinov^۲Michel-Penot^۳Lower semicontinuous^۴Shor algorithm^۵Discrete gradient^۶Approximate subgradient algorithm^۷Semismooth