



حل معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری با موجک هار

راضیه استکی*

دانشجوی کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی دانشگاه شهرکرد

حجت الله سعیدی

فارغ التحصیل کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی دانشگاه شهرکرد

چکیده

در این مقاله روش ماتریس عملیاتی متشکل از پایه‌های موجک هار به منظور حل معادلات دیفرانسیل کسری مطرح گردیده است. ماتریس عملیاتی انتگرال مرتبه کسری موجک هار را بدون استفاده از توابع بلاک پالس به دست آورده‌ایم. به کمک این ماتریس می‌توانیم معادلات با شرایط اولیه را به سیستمی از معادلات جبری تبدیل کنیم، تبدیل سیستمی از معادلات به معادلات جبری و حل دستگاه با نرم افزارهای ریاضی بزرگترین مزیت روش عملیاتی موجک هار است.

واژه‌های کلیدی: ماتریس عملیاتی، معادلات دیفرانسیل کسری، روش هم‌مکانی، موجک هار

Mathematics Subject Classification [2010]: 13D45, 39B42

۱ مقدمه

در سال ۱۹۰۹ هار اولین کسی بود که به موجک اشاره کرد. هار ساده‌ترین نوع موجک است و پایه‌هایی متعامد برای تنیدن فضای محاسبه ارائه می‌دهد مشکل این موجک در این است که پیوسته نیست و در نتیجه مشتق‌ناپذیر است. مجموعه توابع هار روی بازه $[0, 1]$ یک مجموعه از موج‌های مربعی با مقادیر $0, 1, -1$ است. این توابع در فضای هیلبرت $L^2[0, 1]$ یک سیستم متعامد کامل تشکیل می‌دهند. اولین تابع از توابع هار یعنی $h_0(t)$ تابع مقیاس نامیده می‌شود. دومین تابع یعنی $h_1(t)$ موج مربعی پایه است، سایر توابع از انتقال و اتساع روی $h_1(t)$ به دست می‌آیند، از این رو $h_1(t)$ را موجک مادر^۱ نیز می‌نامند.

تعریف ۱.۱. به طور کلی توابع هار روی بازه $[0, 1]$ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$h_n(t) = h_1(2^j t - k), \quad n = 2^j + k, \quad 0 \leq k < 2^j, \quad j \geq 0, \quad (1)$$

به طوری‌که

$$h_0(t) = 1, \quad 0 \leq t < 1$$

* سخنران

^۱Mother wavelet