حلقه های شبه دیووی راست

صادق صادقی وفا
دانشگاه یاسوج

چکیده

حلقه های شبه دیووی راست، ددکیند متناهی و هم چنین دارای خاصیت IBNهستند. روی هر حلقه ی اوّلیّه ی راست، حلقه های شبه دیووی راست، حلقه های بخشی را نتیجه می دهند. نتیجه مهم در این مقاله این است که روی هر حلقه ی منظم ، حلقه های دیووی راست ،شبه دیووی راست، کاهش یافته، آبلی، نیمه تعویض پذیر و منظم قوی معادل هستند.

واژه‌های کلیدی: حلقه ی شبه دیووی راست، حلقه ی منظم، ایدآل راست ماکسیمال
Mathematics Subject Classification [2015]: 53C31

۱ مقدمه

در این مقاله حلقه ها یکدار در نظر گرفته می شوند. حلقه ی R دیووی راست نامیده می شود در صورتی که هر ایدآل راست از آن یک ایدآل دو طرفه باشد. حلقه ی Rشبه دیووی راست نامیده می شود. هرگاه هر ایدآل راست ماکسیمال از آن یک ایدآل دوطرفه باشد. واضح است که هر حلقه دیووی راست، شبه دیووی راست است اما عکس آن لزوماً برقرار نیست. حلقه های شبه دیوو در ابتدا توسط یو [۲]در سال ۱۹۹۵ مورد بررسی قرار گرفت که مربوط به حدس بس در سال ۱۹۶۰ می باشد. سپس جبردانان دیگری مانند لم [۳] و لی [۱] به مطالعه ی این حلقه ها و ارتباط آنها با حلقه های دیگر پرداختند.

تعریف ۱.۱. حلقه ی Rشبه دیووی راست نامیده می شود هرگاه هر ایدآل راست ماکسیمال از آن یک ایدآل دوطرفه باشد.حلقه ی R کاهش یافته نامیده می شود در صورتی که برای هر $a \in R$، $a^۲ = ۰$، نتیجه دهد $a = ۰$. حلقه ی R نیمه تعویض پذیر نامیده می شود در صورتی که برای هر $a, b \in R$ اگر $ab = ۰$ آنگاه $aRb = ۰$. حلقه ی R منظم(فون نویمن) نامیده می شود هرگاه برای هر $a \in R$، $x \in R$ وجود داشته باشد به طوری که $a = axa$ و حلقه ی R را منظم قوی می نامند هرگاه برای هر $a \in R$، $x \in R$ وجود داشته باشد به طوری که $a = a^۲x$. حلقه ی R آبلی نامیده می شود در صورتی که هر عضو خودتوان آن مرکزی باشد. حلقه ی R اوّلیّه ی راست نامیده می شود در صورتی که $R-$مدول راست ساده و باوفا وجود داشته باشد. حلقه ی R ددکیند متناهی نامیده می شود هرگاه برای هر $a.b \in R$، $ab = ۱$ نتیجه دهد $ba = ۱$.

مثال ۲.۱. هر حلقه بخشی و هر حلقه موضعی شبه دیووی راست است.

گزاره ۳.۱. *حلقه ی R شبه دیووی راست است اگر و تنها اگر $\frac{R}{rad(R)}$ شبه دیووی راست باشد.*

قضیه ۴.۱. *حلقه ی R شبه دیووی راست است اگر و تنها اگر برای هر $x, y \in R$، $xR + (yx - ۱)R = R$.*

اثبات. فرض کنیم $xR + (yx - ۱)R \neq R$. در این صورت ایدآل راست ماکسیمال M از R وجود دارد به طوری که $xR + (yx - ۱)R \subseteq M$. بنابراین $x, yx - ۱ \in M$. لذا $yx \in M$ و در نتیجه $۱ \in M$، که با ماکسیمال بودن