



بررسی همگرایی تعمیمی از ثابت اویلر

محمد رضا اسفندیاری*
دانشگاه زنجان

زهرا حسنلو
دانشگاه زنجان

چکیده

در این مقاله همگرایی تعمیمی از ثابت اویلر را مورد بررسی قرار می‌دهیم، ابتدا با توجه به فرمول مجانبی استرلینگ نامساوی و کران‌های برای تابع پیسای گاوس بیان می‌کنیم، سپس با بیان رابطه تابع پیسای گاوس با تعمیم ثابت اویلر، نامساوی و کران‌های مربوط به تعمیم ثابت اویلر را نشان می‌دهیم.

واژه‌های کلیدی: تعمیم ثابت اویلر، تابع پیسای گاوس، تابع گاما، اعداد برنولی

Mathematics Subject Classification [2010]: 33E50, 11B68

۱ مقدمه

ثابت اویلر به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\gamma := \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \log n \right) \cong 0.5772156649.$$

برای تعمیم ثابت اویلر دنباله y_n را به صورت زیر در نظر می‌گیریم

$$y_n = \frac{1}{a} + \frac{1}{a+1} + \dots + \frac{1}{a+n-1} - \log \frac{a+n-1}{a} \quad a > 0,$$

که

$$\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \gamma(a).$$

که به ازای $a = 1$ همان ثابت اویلر می‌باشد. درباره ثابت اویلر و مطالعه تعمیم‌های مختلف ثابت اویلر و نتایج مربوط به آن می‌توان به مراجع [۱] و [۲] رجوع کرد. بخش عمده مرجع [۱] درباره کران‌هایی برای $y_n - \gamma(a)$ است و نامساوی زیر را نشان داده است.

$$\frac{1}{2(a+n)-1} < y_n - \gamma(a) < \frac{1}{2(a+n)-2} \quad a > 0, \quad (1)$$

در این مقاله ما با استفاده از تابع پیسای گاوس و رابطه آن با تعمیم ثابت اویلر این نامساوی را نشان داده و در پایان برای این نامساوی کران‌های بهتری را بدست می‌آوریم و احکام زیر را اثبات می‌کنیم.

* سخنران