



معرفی یک نوع ماتریس خاص و تعیین مقادیر ویژه و بردارهای ویژه متناظر با آن

فاطمه الزهرا حیدری*
دکتری آموزش ریاضی

خلیل پاریاب
دانشگاه علم و صنعت

چکیده

متخصصین محاسبات عددی همواره در پی یافتن تئوری‌های ریاضی و الگوریتم‌های پیشرفته‌ای در جهت محاسبه مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس‌های بزرگ می‌باشند و همواره دو هدف زیر را دنبال می‌کنند: ۱- کمترین خطای ممکن در حین محاسبات. ۲- کمترین زمان ممکن برای محاسبه. در این مقاله یک ماتریس خاص معرفی می‌شود که مقادیر ویژه و بردارهای ویژه این نوع ماتریس را با استفاده از مقادیر ویژه و بردارهای ویژه زیرماتریس‌هایش پیدا کنیم تا بتوان حل یک مسئله بزرگ‌تر را به حل چند مسئله کوچک‌تر و ساده‌تر تبدیل کرد.

واژه‌های کلیدی: مقادیر ویژه، بردار ویژه، زیرماتریس

مقدمه

بسیاری از ویژگی‌های مهم یک ماتریس و یک گراف در بردارهای ویژه آن مستتر می‌باشد. بنابراین مسئله مقادیر ویژه و بردارهای ویژه متناظر آن‌ها در تئوری گراف و همچنین در تحلیل سیستم‌های مهندسی حائز اهمیت است. این اهمیت موقعی نمود پیدا می‌کند که گراف یا سیستم مهندسی مورد بررسی ما دارای ابعاد بزرگ باشد [۲]. حال به معرفی این نوع ماتریس خاص و تعیین مقادیر ویژه و بردارهای ویژه آن از طریق زیرماتریس‌های آن می‌پردازیم.

تعریف ۱.۰. فرض کنید A یک ماتریس مربعی حقیقی از بعد $n \times n$ باشد. در این صورت عدد حقیقی λ را یک مقدار ویژه^۱ ماتریس A گویند اگر یک بردار غیر صفر X با n مولفه حقیقی وجود داشته باشد بطوری که $AX = \lambda X$. بردار n مولفه با خاصیت فوق را یک بردار ویژه^۲ ماتریس A متناظر به λ گویند [۶].

معرفی ماتریس

ماتریس‌هایی به صورت زیر را در نظر بگیرید:

$$M = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [A] \end{bmatrix}_{N \times N} \quad N = 2n$$

* سخنران

^۱Eigenvalue
^۲Eigenvector