فرمول اثر جدید برای معادله‌ی اشتورم-لیوویل ماتریسی با پارامتر ویژه در شرایط مرزی

اصغر محمدنژاد* دکتر علی اصغر جدیری اکبر فام
دانشگاه تبریز دانشگاه تبریز

چکیده

برای معادله‌ی اشتورم-لیوویل با پارامتر ویژه در شرایط مرزی در حالت های اسکالر و ماتریس با یک نقطه‌برگردان را مورد مطالعه قرار می‌دهیم و آن را به معادله‌ی انتگرال متناظر تبدیل می‌کنیم، سپس با استفاده از نمایش مجانبی جواب‌ها و مشتقات جواب‌ها و با توجه به آنها بسط مجانبی مقادیر ویژه را به دست می آوریم و برای اولین بار فرمول اثر منظم مرتبه‌ی اول را با ترکیب کردن حالت متناهی و نا متناهی دنباله ها و انتگرال ها به دست می اوریم.

واژه‌های کلیدی: مسأله‌ی اشتورم-لیوویل ماتریسی، فرمول اثر، مقدار ویژه، سیستم شرودینگر، گراف متری

۱ مقدمه

در یک فضای با بعد متناهی یک عملگر دیفرانسیل یک اثر (مجموع مقادیر ویژه) متناهی دارد. در حالی که در یک فضای با بعد نامتناهی، عملگرهای دیفرانسیل معمولی، لزوماً یک اثر متناهی ندارند. اما گلفاند[۱] و لویتان[۲] در سال ۱۹۵۳ دریافتند که مجموع $\sum_n (\lambda_n - \mu_n)$ که λ_n و μ_n به ترتیب مقادیر ویژه‌ی مسأله‌ی بدون اختلال و مقادیر ویژه‌ی مسأله‌ی اختلال یافته هستند، معنا و مفهوم عمیقی دارد و با به‌دست آوردن حاصل این مجموع برای عملگر شرودینگر، نظریه‌ی اثر منظم عملگرهای دیفرانسیل را بنیان گذاری کردند [۲]. در واقع آن‌ها برای مسأله‌ی

$$-y''(x) + q(x)y(x) = \lambda y(x) \quad , \quad y'(0) = y'(\pi) = 0$$

فرمول اثر

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left[\lambda_n - n^2 - \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} q(x)\,dx\right] = \frac{1}{4}[q(0) + q(\pi)] - \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} q(x)\,dx$$

را به‌دست آوردند که در آن $\{\lambda_n\}$ها، مقادیر ویژه‌ی مسأله هستند.

تعریف ۱.۱. مسأله‌ی اشتورم-لیوویل ماتریسی

$$-Y''(x) + Q(x)Y(x) = \lambda Y(x),\ x \in (0, \pi) \qquad (1)$$

*سخنران

[۱] Gelfand
[۲] Levitan