حل عددی معادله انتگرالی فردهلم نوع دوم توسط موجک‌های لژاندر

نسیم عرب‌جزی

چکیده

در این مقاله یک روش عددی برای حل معادله انتگرالی فردهلم نوع دوم ارائه شده است. این روش بر مبنای تقریب موجک‌های لژاندر می‌باشد. در ابتدا مشخصات موجک‌های لژاندر بیان شده و سپس با استفاده از ماتریس عملیاتی و بیان تابع انتگرالی، معادله انتگرالی فردهلم نوع دوم به دستگاهی از معادلات جبری توسط موجک‌های لژاندر تبدیل می‌شود. از حل دستگاه معادلات جبری، جواب تقریبی معادله انتگرالی فردهلم حاصل می‌شود.

۱ مقدمه

روش موجک‌های لژاندر برای حل معادلات انتگرالی فردهلم نوع دوم مزایایی دارد به‌طوری‌که عبارت انتگرالی می‌تواند به‌دلخواه به تعدادی سری افراز شده و با به‌کار بردن مشخصه‌های بسیار خوب موجک‌های لژاندر، الگوریتمی کلی برای حل این معادله انتگرالی نتیجه شود. به‌طور کلی، با استفاده از ماتریس عملیاتی انتگرال‌گیری و بیان تابع انتگرالی، معادله انتگرالی فردهلم نوع دوم به یک دستگاه معادلات جبری توسط موجک‌های لژاندر تبدیل شده و سپس جواب‌های تقریبی معادله انتگرالی فردهلم نوع دوم نتیجه می‌شود.

۲ تقریب تابع

تابع برداری $f(t)$ روی فاصله $[a, b)$ به صورت زیر بیان می‌شود

$$f(t) \simeq \sum_{k=1}^{N} \sum_{m=0}^{M-1} f_{km}\psi_{km}(t), \tag{۱}$$

به‌طوری‌که $\psi_{km}(t)$ موجک‌های عمومی لژاندر می‌باشند که روی فاصله $[a, b)$ به‌صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\psi_{km}(t) = \begin{cases} [(2m+1)d_k^{-1}]^{\frac{1}{2}} L_m(d_k^{-1}(2t - t_{k-1} - t_k)), & t_{k-1} \le t < t_k, \\ 0, & \text{درغیراین‌صورت}, \end{cases} \tag{۲}$$

و f_{km} از رابطه زیر به‌دست می‌آید [۲]

$$f_{km} = [(2m+1)d_k]^{\frac{1}{2}} 2^{-1} \int_{-1}^{1} f(2^{-1}(d_k t + t_{k-1} + t_k))L_m(t)d(t).$$

حال $f(t)$ را به‌صورت زیر بازنویسی می‌کنیم

$$f(t) \simeq \sum_{k=1}^{N} F_k\Psi_k(t) = F\Psi(t), \tag{۳}$$

به‌طوری‌که