تحلیل نیم فضای ایزوتروپ جانبی تحت اثر صفحه صلب دایره‌ای با استفاده از توابع گرین بار رینگی

عزیزالله اردشیربهرستاقی[۱] و مرتضی اسکندری‌قادی[۲]

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، دانشگاه علوم و فنون مازندران، بابل، ایران.
۲- گروه علوم پایه مهندسی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران.

ghadi@ut.ac.ir

خلاصه

هدف اصلی این مقاله تحلیل یک نیم فضا با رفتار همسان (ایزوتروپ) جانبی است که تحت اثر صفحه صلب دایره‌ای با تغییرمکان دلخواه روی سطح نیم‌فضا قرار دارد. بدین منظور ابتدا با مجزاسازی معادلات تعادل با استفاده از توابع پتانسیل هو-نواکی-لخنیسکی، معادلات به دست آمده با استفاده از سری فوریه و تبدیل هنکل در دستگاه مختصات استوانه‌ای برای بار با توزیع رینگی با امتداد دلخواه حل شده و تغییرمکان‌ها و تنش‌های محیط به عنوان توابع گرین تغییرمکان و تنش بدست می‌آیند. پس از آن با اعمال نیرو با توزیع رینگی و با دامنه مجهول در رینگ‌های متفاوت، تغییرمکان زیر بار تعیین می‌شود. وابسته به اینکه هدف تعیین تنش‌ها تحت اثر تغییرمکان قائم، افقی و یا چرخشی صلب باشد، شرایط هر یک به تغییرمکان نیم‌فضا در تماس با صفحه صلب اعمال شده و دامنه نیرو با توزیع رینگی در رینگ‌های متفاوت تعیین می‌شود. نشان داده می‌شود که نتایج به دست آمده برای حالت سادهٔ محیط همسان بر نتایج موجود منطبق می‌باشد.

کلمات کلیدی: نیم فضا، ایزوتروپ جانبی، توابع گرین، دیسک صلب، بار رینگی.

۱. مقدمه

تحلیل محیط‌ها تحت اثر تغییرمکان‌ها و حرکت‌های صفحات صلب مدت‌ها است که ذهن محققان مکانیک مهندسی، تئوری ارتجاعی و ریاضیات کاربردی را اشغال کرده است [Reissner and Sagoci, 1944، Sneddon, 1951، Robertson, 1966، Sneddon, 1966، Pak and Gobert, 1991 و Pak and Ashlook, 2007]. از طرفی بررسی محیط‌های ناهمسان اجتناب ناپذیر است. نتایج بررسی محیط‌ها تحت تغییرمکان‌ها و حرکت‌های صفحات صلب می‌تواند در شکل دادن فلزات در مهندسی مکانیک ودر تحلیل تنش‌ها و تغییرمکان‌های زیر شالوده در مهندسی عمران مورد استفاده قرار گیرد. همواره تماس نیرویی یک صفحه صلب با یک محیط ارتجاعی ایجاد رفتار تکین (سینگولار) در لبه‌های تماس صفحه صلب و محیط ارتجاعی می‌نماید. از آنجایی که معادلات تعادل در تئوری ارتجاعی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزیی و درگیر می‌باشند، به منظور حل تحلیلی و بررسی دقیق جواب‌ها نیاز به مجزاسازی این معادلات می‌باشد. یکی از ابزارهای قوی و کاربردی در این زمینه استفاده از توابع پتانسیل می‌باشد. توابع پتانسیل متعددی برای جداسازی معادلات تعادل در محیط‌های همسان ارائه شده‌اند که از آن میان می‌توان به توابع پتانسیل لامه، لاو، بوسینسک، نوبر و پاپکویچ، گالرکین [رحیمیان و اسکندری، ۱۳۷۹] و تابع پتانسیل اسکندری قادی و پک [Eskandari-Ghadi and Pak, 2008] اشاره کرد. توابع پتانسیلی که قادر به حل همه مسائل باشند را توابع پتانسیل کامل گویند و در مقابل توابع پتانسیلی که برخی از مسائل را حل نمایند، توابع پتانسیل ناکامل نامیده می‌شوند. تابع کرنشی لاو با اندک اصلاح به یک مجموعه کامل تبدیل می‌شود [Tran-Cong, 1995]. از توابع پتانسیل کامل ارائه شده برای محیط‌های همسان جانبی می‌توان به توابع الیوت [Elliott, 1948]، هو-نواکی-لخنیتسکی [Wang and Wang 1995; Lekhnitskii, 1981] و اسکندری قادی [2005] اشاره کرد. توابع الیوت و توابع هو-نواکی-لخنیتسکی برای حل معادلات تعادل و توابع اسکندری قادی برای حل معادلات حرکت در محیط‌های همسان جانبی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

حل دقیق اثر تغییرمکان صفحات صلب روی نیم‌فضاها به حل معادلات انتگرالی دوگانه می‌انجامد [Sneddon, 1966, Pak and Gobert, 1991] . معمولاً برای حل معادلات انتگرالی، با استفاده از تبدیلات انتگرالی این معادلات به معادلات انتگرالی فردهلم نوع دوم [Noble, 1963] ویا هر معادله قابل حل دیگر تبدیل می‌شود. به علت مشکلات مربوط به معادلات انتگرالی دوگانه ارائه یک راه حل کارا، دقیق و آسان همواره