



# سومین کنفرانس بین المللی پژوهش های کاربردی در مهندسی سازه و مدیریت ساخت دانشگاه صنعتی شریف - تیر ۱۳۹۸



## تحلیل کمانش و ارتعاش آزاد تیر اولر-برنولی برپایه ی حالت های کرنشی

ریحانه علیزاده<sup>۱</sup>، محسن صداقت جو<sup>۱</sup>، مجید یعقوبی<sup>۲</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی عمران، گروه مهندسی عمران، دانشکده ی فنی و مهندسی، دانشگاه تربت حیدریه.

۲- استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشکده ی فنی و مهندسی، دانشگاه تربت حیدریه.

majidyaghoobi@torbath.ac.ir

### خلاصه

در این مقاله، با بهره جویی از راهکار حالت های کرنشی، ارتعاش آزاد و کمانش تیر واکاوی می شود. رابطه سازی در فضای حالت های کرنشی از میدان انحنا آغاز می گردد. سپس، با کمک رابطه ی میان خیز و انحنا، میدان جابه جایی به دست می آید. برپایه ی نگره ی اولر-برنولی، کارمایه ی جنبشی، درونی و خارجی حساب می شوند. از کمینه نمودن کارمایه ی کل سازه، معادله های حاکم بر ارتعاش آزاد و کمانش در اختیار قرار می گیرند. با بهره گرفتن از جزء پیشنهادی سه گره ی، چندین مسأله ی ارتعاش آزاد و کمانش تحلیل می گردند. برای ارزیابی خطای پاسخ ها، جواب دقیق هر آزمون در جدول های وابسته می آیند.

کلمات کلیدی: ارتعاش آزاد، کمانش، تیر، حالت کرنشی، اولر-برنولی.

### ۱. مقدمه

تیرها اعضای اصلی سازه ها هستند که به طور گسترده در مهندسی مکانیک، هوافضا و عمران استفاده می شوند. تحلیل کمانشی و ارتعاش آزاد برای یافتن مشخصه های دینامیکی تیرها اهمیت بالایی دارد. در این پژوهش، برپایه ی نگره ی اولر-برنولی ارتعاش آزاد و کمانش تیرها واکاوی می شود. نظریه ی اولر-برنولی از قدیمی ترین و شناخته شده ترین نظریه های تیر می باشد. بر پایه ی این نگره، صفحه ی عمود بر تاریخچه ی بعد از خمش همچنان عمود بر تاریخچه ی باقی می ماند. از این رو، از تغییر شکل های برشی در این نظریه صرف نظر می گردد. با توجه به پیچیدگی معادله های حاکم در این گونه مسأله ها، راهکارهای عددی بر پایه ی روش جزء محدود توسعه یافته اند. در این مقاله، با بهره جویی از فضای حالت های کرنشی، ماتریس سختی، ماتریس سختی هندسی و ماتریس جرم جزء تیری سه گره ی با شش درجه آزادی به صورت صریح محاسبه می شوند.

### ۲. رابطه سازی جزء محدود

در رابطه سازی معمولی جزء محدود، با پنداشتن یک تابع میدان چند جمله ای، همانند رابطه (۱)، تغییر مکان ها را درون یابی می کنند. ضریب های این چند جمله ای مفهوم فیزیکی ویژه ای ندارند.

$$w = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 \quad (1)$$