

## مقایسه روش المان محدود و تفاضل محدود در حل عددی معادله انتشار حرارت یک بعدی

مهین قنادی\*<sup>۱</sup>، امیرعباس عابدینی<sup>۲</sup>

۱- دانشجوی دکتری سازه های هیدرولیکی دانشگاه شاهرود، عضو هیات علمی دانشگاه آزاد اسلامی، واحد سراب، گروه عمران، سراب، ایران

۲- عضو هیات علمی دانشگاه شاهرود، گروه عمران، شاهرود، ایران  
*mahin.gh@shahroodut.ac.ir*

### چکیده

در این تحقیق پدیده انتشار حرارت یک بعدی در صفحه به صورت کامپیوتری و به روش المان محدود و تفاضل محدود مدل سازی شده است. برای حل از برنامه نویسی به زبان ++C استفاده شده است. مساله برای گام های زمانی مختلف و با تعداد المانهای متفاوت حل گردیده و نتایج بررسی شده و با نتایج حاصل از حل تحلیلی مقایسه شده است. با انتخاب گام های زمانی مختلف پایداری روش و دقت جوابها بررسی گردیده است. با انتخاب تعداد المانهای مختلف و محاسبه مقدار خطا، میزان تاثیر پذیری دقت جوابها از تعداد المانها بررسی شده است. و همچنین دقت روش المان محدود و تفاضل محدود نیز مورد بررسی قرار گرفته است.

واژه های کلیدی: ++C، انتشار حرارت، گام زمانی، المان محدود، تفاضل محدود

### ۱- مقدمه

معادلات دیفرانسیل جزئی سهموی به عنوان مدل های ریاضی حاکم بر فرایندهای پخش و انتشار، یا به زبانی عمومی تر، فرایندهای برگشتناپذیر وابسته به زمان، کاربردهای فراوان و متنوعی دارند. دو نمونه معروف از این معادلات، معادله انتشار و معادله انتشار-انتقال است، رابطه (۱) معادله انتشار و رابطه (۲) معادله انتشار-انتقال است:

$$f_t = kf_{xx} \quad (1)$$

$$f_t + uf_x = kf_{xx} \quad (2)$$

در این رابطه  $k$  ضریب انتشار،  $u$  سرعت انتقال،  $f = f(x,t)$ ، مشتق اول  $f$  نسبت به متغیر زمان  $t$  و  $f_{xx}$  مشتق دوم  $f$  نسبت به متغیر  $x$  است.

بسته به نوع مساله، حل یکی از معادلات دیفرانسیلی فوق منجر به بدست آمدن تابع  $f(x,t)$  می شود. برای گسسه سازی معادلات دیفرانسیلی مذکور و حل معادلات به روش تفاضل محدود، روشهای صریح و ضمنی مختلفی وجود دارد، مانند FTCS، FTBCS، DUFORT-Frankel و Richardson که روشهای صریح هستند، و روشهای BTCS و Crank-Nicholson که روشهای ضمنی هستند. برای گسسته سازی معادلات به روش المان محدود نیز روشهای مختلفی وجود دارد، مانند Rayleigh-Ritz، Collocation و Galerkin (ردی ۱۳۸۴، هافمن ۲۰۰۱). حل تحلیلی معادله انتشار به صورت زیر است: